

هنالك ملزمة ثانية تخص مفاتيح الحل (خطوات الحل) انصحكم تنزلوها من اليوتيوب فقط اكتب في خانة البحث (الملزمة السحرية رياضيات ثالث متوسط جزء اول)

ابذل جهدك في قراءة الملزمة مع خالص الدعاء لكم بالنجاح ولموفقيه الدائمة.

مدرس مادة الرياضيات / الأستاذ مصطفى نصيف

شرح مادة الرياضيات على اليوتيوب اسم القناة

(الأستاذ مصطفى نصيف) 07729371563

المدخل في الرياضيات

اهم اساسيات مادة الرياضيات هي:

1) احفظ جدول الضرب.

2) الإشارة دائماً تكون على يسار الرقم مثل

(...... , - 42 , -18 , - 60 , 51 , 72 , ...)

3) الرقم الذي لا يحتوي على إشارة تكون اشارته موجب

(68 , 57 , 42 , 39 , ...)

4) اضبط الإشارات بالجمع والطرح والضرب والقسمة

اولاً: استخراج الإشارات في عملية الجمع والطرح

a) اذا كانت الإشارات متشابهة نجمع ومن ثم نضع الاشارة

-2-10 = -12 // -3-2 = -5 // 3 + 2 = 5

b) اذا كانت الإشارات مختلفة نطرح ومن ثم نضع الاشارة

-20 + 24 = 4 // 7 – 10 = -3 // -5 + 3 = -2

ثانياً: استخراج الإشارات في عملية الضرب والقسمة

a) اذا كانت الإشارات متشابهة فان الضرب والقسمة (+)

$+ \times + = +$, $+ \div + = +$, $\frac{+}{+} = +$

$- \times - = +$, $- \div - = +$, $\frac{-}{-} = +$

b) اذا كانت الإشارات مختلفة ناتج الضرب والقسمة (-)

$- \times + = -$, $+ \times - = -$, $+ \div - = -$, $\frac{-}{+} = -$

ملاحظات حول (($\sqrt{\ }$)) والـ (($\sqrt[3]{\ }$))

اولاً : الجذور التربيعية والتكعيبية في عملية الضرب :

a) اذا كانت الاعداد تحت الجذور متشابهة :

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$, $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} = a$

b) إذا كانت الاعداد تحت الجذور مختلفة :

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$

ثانياً : الجذور التربيعية والتكعيبية في عملية القسمة :

من خصائص الجذور في القسمة تتوزع على البسط والمقام وكالاتي :

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

* القسمة تتحول الى ضرب ويقلب الكسر الثاني

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

ثالثاً : الجذور في عملية الجمع والطرح :

إذا كانت الجذور متشابهة $\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a}$

إذا كانت الجذور مختلفة $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

ملخص ثالثاً إذا كانت الجذور متشابهة نجمع او نطرح المعاملات حسب الإشارة واذا كانت الجذور مختلفة تبقى كما هي.

كيفية تحويل الصيغة الاسية الى الصيغة الجذرية وبالعكس :

$$a^{\frac{\text{الخارج}}{\text{الداخل}}} = \sqrt[\text{الداخل}]{a^{\text{الخارج}}}$$

ضروري وجداً مهم حفظ الجذور التربيعية والتكعيبية الاتية :

الناتج	الجذر التربيعي	الناتج	الجذر التربيعي
7	$\sqrt{49}$	1	$\sqrt{1}$
8	$\sqrt{64}$	2	$\sqrt{4}$
9	$\sqrt{81}$	3	$\sqrt{9}$
10	$\sqrt{100}$	4	$\sqrt{16}$
11	$\sqrt{121}$	5	$\sqrt{25}$
12	$\sqrt{144}$	6	$\sqrt{36}$

الناتج	الجذر التكعيبي	الناتج	الجذر التكعيبي
4	$\sqrt[3]{64}$	1	$\sqrt[3]{1}$
5	$\sqrt[3]{125}$	2	$\sqrt[3]{8}$
6	$\sqrt[3]{216}$	3	$\sqrt[3]{27}$

الاعداد الفردية : 1 و 3 و 5 و 7 و 9

الاعداد الزوجية : 0 و 2 و 4 و 6 و 8

الفصل الأول // العلاقات والمتباينات في الاعداد الحقيقية

((الدرس الأول))

((ترتيب العمليات في الاعداد الحقيقة))

استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية

تحسب سرعة التسونامي بالقانون الاتي :

$$V = \sqrt{9.6d} \quad m/sec$$

V: هي سرعة التسونامي و وحدة قياسها متر/ثانية.

d: هو عمق المياه و وحدة قياسه متر.

مثال1 جد سرعة التسونامي التقريبية إذا كان عمق المياه 1000 متر.

$$V=\sqrt{9.6d} = \sqrt{9.6 \times 1000} = \sqrt{9600}$$

$$V = 97.97 \cong 98 \quad m/sec$$

س1/ جد سرعة التسونامي التقريبية إذا كان عمق المياه 10 متر؟

س2/ جد عمق المياه إذا علمت ان سرعة التسونامي 25 متر بالثانية؟

س3/ جد عمق المياه إذا علمت ان سرعة التسونامي 12 متر بالساعة؟

مثال2 بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية:

1) $(\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18})$

خطوات الحل

1) نحلل الجذور ونعوض بما يساويها

2) نبسط حسب السؤال (توزيع ، ضرب ، قسمة ، جمع , طرح)

$(\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18})$

$= (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$

$= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}$

$- 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

$= 4\times3 + 6\sqrt{3\times2} - 6\sqrt{2\times3}$

$- 9\times2$

$= 12 + 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} - 18$

$= 12 - 18 = -6$

2	12
2	6
3	3
	1

2	18
3	9
3	3
	1

2) $\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \div \left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}\right)$

لا تنسى الجذر يتوزع على البسط والمقام

والـ ÷ تتحول الى × ويقلب الكسر الثاني

3	27
3	9
3	3
	1

$= \left(\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) \times \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

$= \left(\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) \times \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

$= \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{-(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})} = \frac{1}{-1} = -1$

مثال3 بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر :

1) $\sqrt{12}(\sqrt{3} - \sqrt{8}) - 6$

$= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) - 6$

$= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} - 6$

$= 2 \times 3 - 4 \times \sqrt{3 \times 2} - 6$

$= 6 - 4\times\sqrt{6} - 6 = -4\sqrt{6}$

$= -4\times 2.3 = -9.2 \cong -9$

2	8
2	4
2	2
	1

2	12
2	6
3	3
	1

$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$

2) $(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7} - \frac{1}{9}\sqrt{28}\right)$

$= \sqrt[3]{-27}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7} - \frac{2}{9}\sqrt{7}\right)$

$= -3\left(\frac{\sqrt{7}}{9} - \frac{2\sqrt{7}}{9}\right)$

$= -3\left(\frac{-\sqrt{7}}{9}\right) = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$= \frac{2.7}{3} = \frac{27}{30} = 0.9$

2	28
2	14
7	7
	1

$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

بالحب والخلق تملك العالم

مثال4 بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية :

1) $\frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$= \frac{7\sqrt{5}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5\times\sqrt{5}}} = \frac{7\sqrt{5}-5}{5}$

7	21
3	3
	1

2) $\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}}$

$= \frac{\sqrt{7}\,\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}$

$= \frac{\sqrt{7}\,\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}+\sqrt{7}\,\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}-\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$

$= \frac{3\times 2\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{4\times 3-7} = \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{12-7} = \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{5}$

تأكد من فهمك

بسط الجمل العددية الاتية :

1) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

$(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

$= \sqrt{5}\times\sqrt{5} + \sqrt{5}\times\sqrt{3} - \sqrt{3}\times\sqrt{5} - \sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$= 5 + \sqrt{15} - \sqrt{15} - 3 = 5 - 3 = 2$

2) $(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{7} - \sqrt{2})\,)(\sqrt{7} - \sqrt{2})$

$= \sqrt{7}\times\sqrt{7} - \sqrt{7}\times\sqrt{2} - \sqrt{2}\times\sqrt{7} + \sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$= 7 - \sqrt{14} - \sqrt{14} + 2 = 7 - 2\sqrt{14} + 2$

$= 9 - 2\sqrt{14}$

3) $(\sqrt{125} - \sqrt{20})(\sqrt[3]{\frac{8}{27}})$

2	20
2	10
5	5
	1

5	125
5	25
5	5
	1

$(5\sqrt{5} - 2\sqrt{5})(\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}})$

$= 3\sqrt{5}\,(\frac{2}{3}) = 2\sqrt{5}$

4) $\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$

2	8
2	4
2	2
	1

2	12
2	6
3	3
	1

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$= \frac{4\times 2\sqrt{3}}{5(-3)} \times \frac{2\sqrt{2}}{2\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}$

$= \frac{4}{-15} \times \frac{1}{1} = -\frac{4}{15}$

بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

5) $\sqrt{7}(\sqrt{28} - \sqrt{2}) - 5$

2	28
2	14
7	7
	1

$= \sqrt{7}\,(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) - 5$

$= 2\times 7 - \sqrt{14} - 5$

$\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$

$= 14 - 3.6 - 5 = 5.4$

6) $(-125)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{12}\right)$

2	12
2	6
3	3
	1

$= \sqrt[3]{-125}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{2}{4}\sqrt{3}\right)$

$= -5\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{2}\right)\sqrt{3}$

$= -5\left(\frac{1-5}{10}\right)\sqrt{3}$

$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$

$= -5\left(\frac{-4}{10}\right)\sqrt{3} = 5\left(\frac{2}{5}\right)\sqrt{3} = 2\times\sqrt{3}$

$= 2\times 1.7 = 3.4$

خارجي

$2\sqrt{11}\div 3\sqrt{44}+\sqrt[3]{\frac{-8}{125}}$

2	44
2	22
11	11
	1

$2\sqrt{11}\div 3\times 2\sqrt{11}+\frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{125}}$

$\frac{1}{3}+\frac{-2}{5}=\frac{5-6}{15}=\frac{-1}{15}=-0.06\cong -0.1$

خارجي

$5\sqrt{\frac{3}{15}}+2\sqrt{\frac{4}{5}}-5\sqrt{\frac{1}{125}}$

5	15
3	3
	1

5	125
5	25
5	5
	1

$= 5\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}}+2\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}}-5\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{125}}$

$= 5\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}+2\frac{2}{\sqrt{5}}-5\frac{1}{5\sqrt{5}}$

$= \frac{5}{\sqrt{5}}+\frac{4}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$

$= \frac{5+4-1}{\sqrt{5}}=\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{8}{2.4}=3.33\cong 3.3$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الاعداد :

7) $\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=\frac{1\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-3}{4\times 3}=\frac{\sqrt{3}-3}{12}$

8) $\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\frac{1-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

2	20
2	10
5	5
	1

$=\frac{1-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}-2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{5}-2\times 5}{5}=\frac{\sqrt{5}-10}{5}$

9) $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$

2	50
5	25
5	5
	1

$=\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

$=\frac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{10\times\sqrt{6}-\sqrt{6}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\frac{5\sqrt{6}-3}{2\times 3}-\frac{10\sqrt{6}-6}{2\times 6}=\frac{5\sqrt{6}-3}{6}-\frac{10\sqrt{6}-6}{12}$

$=\frac{10\sqrt{6}-6-10\sqrt{6}+6}{12}=\frac{0}{12}=0$

تدرب وحل التمرينات

بسط الجمل العددية الآتية :

خارجي

$(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=2-\sqrt{6}-\sqrt{6}+3=5-2\sqrt{6}$

14) $(\sqrt{18} - \sqrt{50})\,(\frac{-27}{64})^{\frac{1}{3}}$

$= (3\sqrt{2} - 5\sqrt{2})\,(\sqrt[3]{\frac{-27}{64}})$

$= (-2\sqrt{2})\,(\frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{64}})$

$= (-2\sqrt{2})\,(\frac{-3}{4}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

2 | 18
3 | 9
3 | 3
| 1

2 | 50
5 | 25
5 | 5
| 1

15) $\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}} \div \frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{3\times5} \div \frac{5\times2}{5}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{15}$

2 | 12
2 | 6
3 | 3
| 1

بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

16) $7\sqrt{\frac{2}{49}} - 3\sqrt{\frac{8}{81}} + \sqrt{\frac{18}{36}}$

$= 7\,\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{49}} - 3\,\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{81}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{36}}$

$= 7\,\frac{\sqrt{2}}{7} - 3\,\frac{2\sqrt{2}}{9} + \frac{3\sqrt{2}}{6}$

$= \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$

$= \frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{6} = \frac{5\times1.4}{6} = \frac{7}{6}$

$= 1.16 \cong 1.2$

2 | 8
2 | 4
2 | 2
| 1

2 | 18
3 | 9
3 | 3
| 1

خارجي

$\sqrt{\frac{64}{12}} \div \sqrt{\frac{5}{24}} + \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} \times \sqrt[3]{\frac{108}{-64}}$

2 | 24
2 | 12
2 | 6
3 | 3
| 1

2 | 108
2 | 54
3 | 27
3 | 9
3 | 3
| 1

2 | 12
2 | 6
3 | 3
| 1

$= \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}} + \frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{8}} \times \frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{-64}}$

$= \frac{8}{2\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{5}} + \frac{-3}{2} \times \frac{3\sqrt[3]{4}}{-4}$

$= \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{5}} + \frac{9\sqrt[3]{4}}{8}$

$\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{4} < \sqrt[3]{8}$

$= \frac{8\times1.3}{2.4} + \frac{9\times1.3}{8} = \frac{10.4}{2.4} + \frac{11.7}{8}$

$= 4.3 + 1.4 = 5.7$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد :

خارجي

$\frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{1\times\sqrt{6}-\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2\times6}}{2\times6} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{12}}{12}$

17) $\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}$

$= \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times3\sqrt{5}-3\sqrt{5}\times\sqrt{7}+3\sqrt{5}\times3\sqrt{5}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}-3\sqrt{5}\times3\sqrt{5}}$

$= \frac{7-3\sqrt{35}-3\sqrt{35}+9\times5}{7-9\times5}$

$= \frac{7-6\sqrt{35}+45}{7-45} = \frac{52-6\sqrt{35}}{-38}$

18) $\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}} - \frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}$

2	60
2	30
5	15
3	3
	1

3	99
3	33
11	11
	1

3	33
11	11
	1

$$= \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{11}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} - \frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{3}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}\times\sqrt{11}-\sqrt{11})\sqrt{11}}{3\sqrt{11}\times\sqrt{11}} - \frac{(2\sqrt{5}\times\sqrt{3}-\sqrt{5})\sqrt{15}}{5\sqrt{15}\times\sqrt{15}}$$

$$= \frac{11\sqrt{3}-11}{3\times11} - \frac{2\times15-\sqrt{75}}{5\times15} = \frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{30-5\sqrt{3}}{75}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{6-\sqrt{3}}{15} = \frac{5\sqrt{3}-5-6+\sqrt{3}}{15} = \frac{6\sqrt{3}-11}{15}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

19) الأقمار الاصطناعية : يستعمل القمر الصناعي بصفة أساسية في الاتصالات مثل إشارات التلفاز والمكالمات الهاتفية في جميع انحاء العالم والتنبؤ بالطقس وتعقب الأعاصير اذ تدور هذه الأقمار بسرعات محددة في مدارات خاصة بها حول الأرض وتحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة الاتية: $V=\sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}}\ m/sec$ ، اذ r نصف قطر المدار (بعد القمر عن مركز الأرض) ما سرعة القمر اذا كان نصف قطر المدار 300km

نحول نصف القطر من km الى m

r= 300× 1000 = 300000 m = 3× 10^5m

$$V = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}} = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{3\times10^{5}}} = \sqrt{\frac{4\times10^{14-5}}{3}}$$

$$V = \sqrt{\frac{4\times10^{9}}{3}}\ \ m/sec$$

20) مكافحة الحرائق : تحسب سرعة تدفق الماء الذي يضخ من سيارات الحريق بالقانون

$V = \sqrt{2hg}$ foot / sec ، اذ h تمثل اقصى ارتفاع للماء و g يمثل التعجيل الأرضي (32 foot / sec^2) لإطفاء الحريق في الغابات تحتاج إدارة مكافحة الحرائق في الدفاع المدني الى مضخة لتضخ الماء الى ارتفاع (80) foot فهل تفي بحاجتها مضخة تقذف الماء بسرعة 72 foot/sec ؟

$V = \sqrt{2hg} = \sqrt{2\times80\times32}$

$V = \sqrt{5120}$

$V = 32\sqrt{5}$

$V = 32\times2.2$

$V = 70.4$ foot/sec

مضخة الماء تفي بحاجتها

2	5120
2	2560
2	1280
2	640
2	320
2	160
2	80
2	40
2	20
2	10
5	5
	1

21) هندسة: جد مساحة المثلث الذي يعلو واجهة البيت اذا كان ارتفاعه $\sqrt{18} - \sqrt{3}$ m وطول قاعدته $3\sqrt{2} + \sqrt{3}\, m$

الحل:

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{18} - \sqrt{3})$$

2	18
3	9
3	3
	1

$$A = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$A = \frac{1}{2}[(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2]$$

$$A = \frac{1}{2}[9(2) - 3] = \frac{1}{2}[18 - 3]$$

$$A = \frac{15}{2} = 7.5\, m^2$$

فكر

22) تحد : اثبت صحة مايأتي :

خارجي $(3^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}})(3^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}}) = 1$

الطرف الايسر = $(3^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}})(3^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}})$

$$= (3^{\frac{1}{2}})^2 - (2^{\frac{1}{2}})^2 = 3^{\frac{2}{2}} - 2^{\frac{2}{2}} = 3 - 2 = 1$$

الطرف الأيمن = الطرف الايسر

$$(7^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}})(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}\, 5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}) = 2$$

الطرف الايسر

$$(7^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}})(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}\, 5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}})$$

حسب قانون الفرق بين مكعبين

$$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + a\,b + b^2)$$

بالمقارنة مع القانون نستنتج ان

$$(a^3 - b^3) = (7^{\frac{1}{3}})^3 - (5^{\frac{1}{3}})^3 = 7^{\frac{3}{3}} - 5^{\frac{3}{3}}$$

$= 7 - 5 = 2 =$ الطرف الأيمن

الطرف الأيمن = الطرف الايسر

24) حس عددي : هل ان العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28

$$\sqrt{125} = 5\sqrt{5} = 5\times2.2 = 11$$

5	125
5	25
5	5
	1

نعم العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28

اكتب ناتج الجمع بالتقريب لاقرب عشر :

$$6^{\frac{3}{2}} + 5^{\frac{3}{2}}$$

الحل:

$$6^{\frac{3}{2}} + 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{6^3} + \sqrt{5^3}$$

$$= \sqrt{216} + \sqrt{125}$$

$$= 6\sqrt{6} + 5\sqrt{5}$$

$$= 6\times2.4 + 5\times2.3$$

$$= 14.4 + 11.5 = 25.9$$

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

5	125
5	25
5	5
	1

التطبيقات

"""التطبيق وتمثيله في المستوي الاحداثي"""

مثال1 اذا كانت $R : x \rightarrow y$ تمثل تطبيقاً بقاعدة اقتران $(y = \frac{1}{2} x)$ من المجموعة $X=\{4,6,8\}$ الى المجموعة $Y = \{2,3,4,5\}$ اكتب التطبيق على شكل مجموعة أزواج مرتبة ثم مثل التطبيق بمخطط سهمي وحدد المجال والمدى للتطبيق.

$Y = \frac{1}{2} X \quad , Y = \frac{1}{2}(4) = 2$

$Y = \frac{1}{2}(6) = 3 , Y = \frac{1}{2}(8) = 4$

الأزواج المرتبة = $\{ (4,2) , (6,3) , (8,4) \}$

X	y
4 →	2
6 →	3
8 →	4
	5

المجال = $\{ 4 , 6 , 8 \}$

المدى = $\{ 2 , 3 , 4 \}$

مثال2 الجدول التالي يمثل العلاقة بين الوزن (كغم) وسعر السمك $(f(x) = y)$ هل تمثل العلاقة تطبيقاً ؟ اذا كانت تطبيقاً فاكتب قاعدة الاقتران وحدد المجال والمدى ومثله بالمستوي.

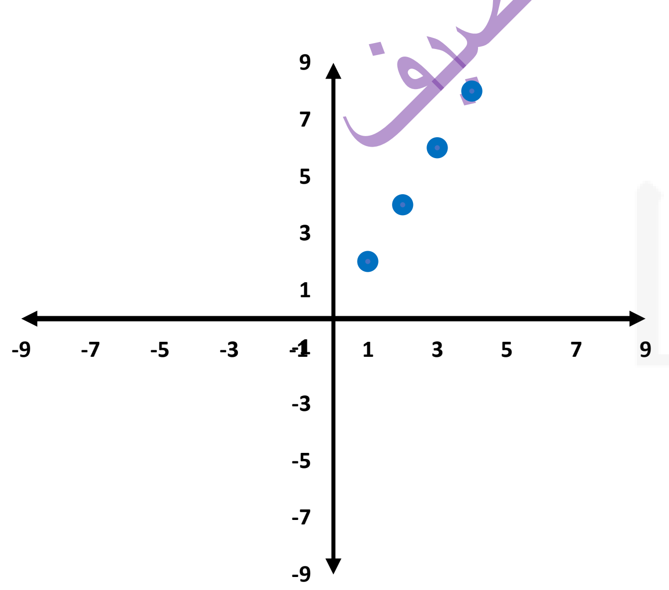
الوزن/كغم X	السعر بألوف الدنانير Y
1	2
2	4
3	6
4	8

<u>الحل</u>: العلاقة تمثل تطبيق

قاعدة الاقتران = $2X$

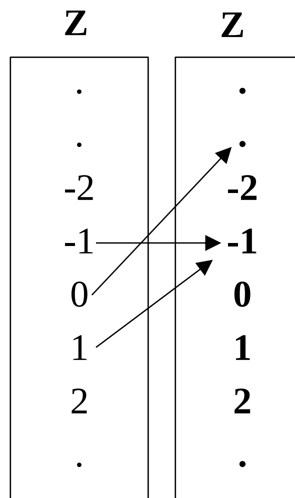
المجال = $\{ 1 , 2 , 3 , 4 \}$

المدى = $\{ 2 , 4 , 6 , 8 \}$



أنواع التطبيقات

مثال3 اذا كانت $f : Z \longrightarrow Z$ حيث $f(x) = 2x^2-3$ بين نوع التطبيق حيث Z مجموعة الاعداد الصحيحة.



$f(-1) = 2(-1)^2 - 3 = -1$

$f(0) = 2(0)^2 - 3 = -3$

$f(1) = 2(1)^2 - 3 = -1$

المجال المقابل = { .., -2 , -1 , 0 , 1 , 2 ,.. }

المدى = { ... , -3 , -1 , ... }

التطبيق ليس شامل لان المدى ≠ المجال المقابل

والتطبيق ليس متباين لان

$X_1 \neq X_2 \longrightarrow f(X_1) = f(X_2)$

$-1 \neq 1 \longrightarrow -1 = -1$

التطبيق ليس تقابل لان ليس شامل و ليس متباين.

تركيب التطبيقات

مثال4 اذا كان $f: N \rightarrow N$ ، $f(x) = 2x + 1$

$g: N \longrightarrow N$ ، $g(x) = x^2$ جد :

1) $(f\circ g)(3)$ ، 2) $(g\circ f)(3)$ ماذا تلاحظ؟

3) جد قيمة x اذا كان $(f\circ g)(x) = 33$

الحل:

1) $(f\circ g)(3) = f(g(3)) = f(3^2) = f(9)$

$= 2(9) + 1 = 18 + 1 = 19$

2) $(g\circ f)(3) = g(f(3)) = g(2(3) + 1)$

$= g(6+1) = g(7) = 7^2 = 49$

3) $(f\circ g)(x) = 33$

$f(g(x)) = 33 \longrightarrow f(x^2) = 33$

$2x^2+1= 33 \longrightarrow 2x^2 = 33 - 1$

$2x^2= 32 \overset{\div 2}{\longrightarrow} x^2 = 16 \;]\sqrt{\ }$

يهمل $x = -4$ او $x = 4$



تأكد من فهمك

اكتب قاعدة اقتران للتطبيق ومثله بمخطط سهمي واكتب المجال والمدى له :

1) $f = \{ (1,2) , (2,3) , (3,4) , (4,5) \}$

الحل: قاعدة الاقتران = $X + 1$

المجال = $\{1,2,3,4\}$

المدى = $\{2,3,4,5\}$

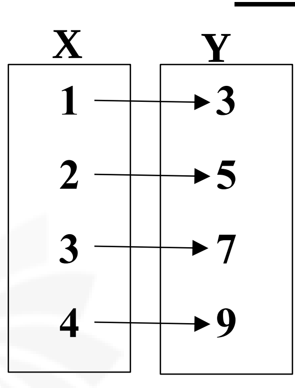
X	Y
1 →	2
2 →	3
3 →	4
4 →	5

2) $g = \{ (1,3) , (2,5) , (3,7) , (4,9) \}$

الحل: قاعدة الاقتران = $2X + 1$

المجال = $\{1,2,3,4\}$

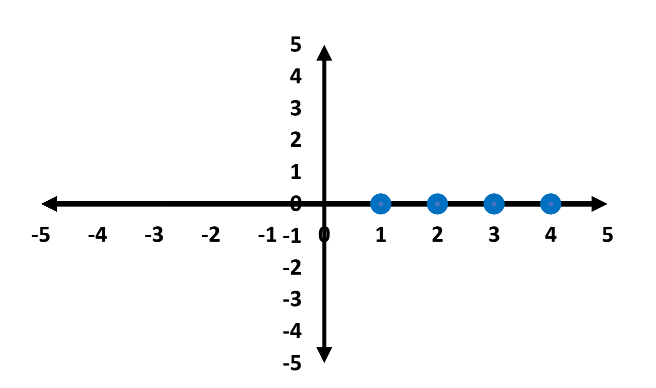
المدى = $\{3,5,7,9\}$



اكتب قاعدة الاقتران للتطبيقات التالية ومثلها في المستوي الاحداثي واكتب المجال والمدى لها:

3) $f = \{(1,0) , (2,0) , (3,0) , (4,0) \}$

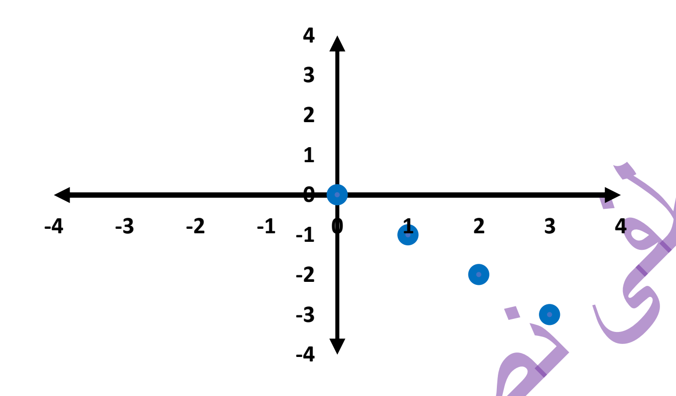
الحل: قاعدة الاقتران = 0



المجال = $\{1,2,3,4\}$, المدى = $\{ 0 \}$

4) $g = \{ (0,0) , (1, -1), (2, -2) ,(3, -3) \}$

الحل: قاعدة الاقتران = $-X$



المجال = $\{0,1,2,3\}$, المدى = $\{0,-1,-2,-3\}$

5) اذا كان التطبيق $f: N \longrightarrow N$ اذ ان $f(x) = 3X + 2$ بين هل ان التطبيق شامل أم لا ؟

$f(x) = 3X + 2 \quad , X = N = \{1,2,3,4,\dots\}$

$f(1) = 3(1) + 2 = 3 + 2 = 5$

$f(2) = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$

$f(3) = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$

المدى = $\{ 5 , 8 , 11 , \dots \}$

التطبيق ليس شامل لان المدى $\neq$ المجال المقابل

خارجي اذا كان $A=\{1,2,3,4\}$ ، $B=\{1,4,9,16\}$ وان التطبيق $f: A \longrightarrow B$ معرف بقاعدة الاقتران $f(x) = x^2$ ارسم مخطط سهمي للتطبيق وبين هل ان التطبيق يمثل تقابل ام لا ؟

$f(x) = x^2$, $x = A = \{1,2,3,4\}$

$f(1) = 1^2 = 1$

$f(2) = 2^2 = 4$

$f(3) = 3^2 = 9$

$f(4) = 4^2 = 16$

A	→	B
1	→	1
2	→	4
3	→	9
4	→	16

المدى $= \{1,4,9,16\}$

التطبيق شامل لان المدى = المجال المقابل

التطبيق متباين لان

$X_1 \neq X_2 \longrightarrow f(X_1) \neq f(X_2)$

$1 \neq 2 \quad \longrightarrow \quad 1 \neq 4$

التطبيق تقابل لان شامل ومتباين في نفس الوقت

---

6) ليكن التطبيقان $f: Z \longrightarrow Z$ حيث $f(x) = 3X + 1$ وان $g: Z \longrightarrow Z$ حيث $g(x) = 2X + 5$ جد قيمة X اذا كان $(fog)(x) = 28$.

الحل:

$(fog)(x) = 28$

$f(g(x)) = 28 \longrightarrow f(2X + 5) = 28$

$3(2X + 5) + 1 = 28$

$6X + 15 + 1 = 28 \longrightarrow 6X + 16 = 28$

$6X = 28 - 16 \longrightarrow 6X = 12\ ]_{\div 6}$

$X = 2$

7) اذا كانت $f: N \longrightarrow N$ حيث $f(x) = 5X + 2$ وان $g: N \longrightarrow N$ اذ $g(x) = X + 3$ اكتب التطبيق fog بكتابة الأزواج المرتبة له.

$fog(x) = f(g(x))$, $X = N = \{1,2,3,\ldots.\}$

$= f(x + 3) = 5(x + 3) + 2 = 5x + 15 + 2$

$= 5x + 17$

$fog(1) = 5(1) + 17 = 5 + 17 = 22$

$fog(2) = 5(2) + 17 = 10 + 17 = 27$

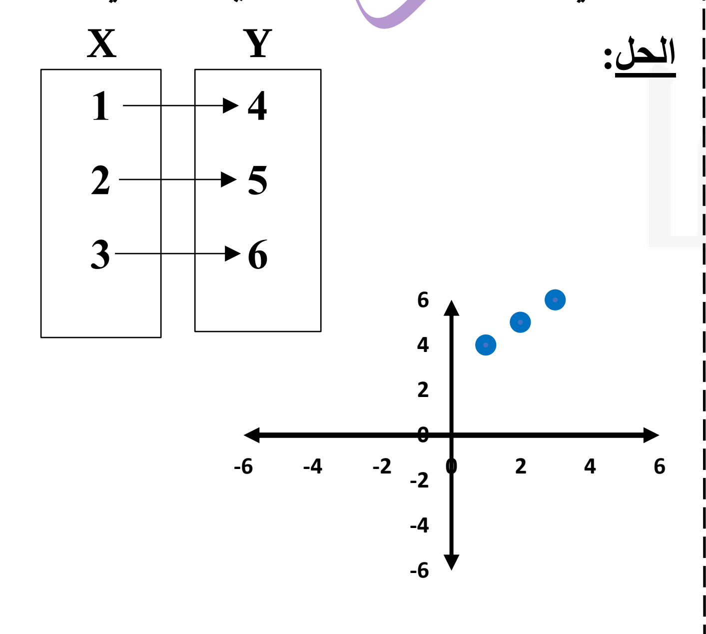
$fog(3) = 5(3) + 17 = 15 + 17 = 32$

الأزواج المرتبة $= \{(1,22),(2,27),(3,32), \ldots\}$

تدرب وحل التمرينات

8) اذا كان $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{4,5,6\}$ وان $f: A \longrightarrow B$ معرف كالاتي: $f=\{(1,4)\ ,\ (2,5)\ ,\ (3,6)\}$ ارسم المخطط السهمي للتطبيق ومثله بالمستوي الاحداثي.

الحل:



9) اذا كان $f: A \longrightarrow Z$ حيث $f(x)= x^2$
والمجموعة $A = \{ -2 , -1 ,0,1,2\}$ مثل التطبيق في المستوي الاحداثي وبين هل انه تطبيق متباين ام لا ؟

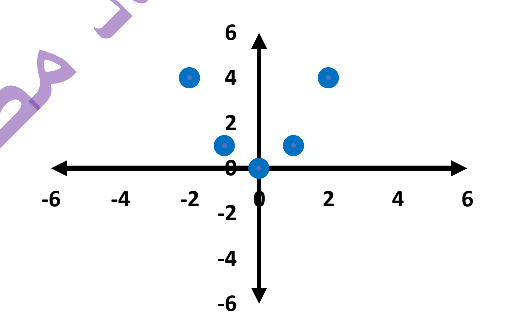
الحل: $f(x)=x^2$, $X = A = \{ -2 , -1 ,0,1,2 \}$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$, $f(-1) = (-1)^2 = 1$

$f(0) = (0)^2 = 0$, $f(1) = (1)^2 = 1$

$f(2) = (2)^2 = 4$

$f = \{(-2,4),(-1,1),(0,0),(1,1),(2,4)\}$



التطبيق ليس متباين لان

$X_1 \neq X_2 \longrightarrow f(X_1) = f(X_2)$

$-1 \neq 1 \longrightarrow 1=1$

10) ليكن $f:N \longrightarrow N$ اذ ان $f(x) = x^2$
$g:N \longrightarrow N$ اذ ان $g(x) = X + 1$ والمطلوب إيجاد:

1) $(gof)(x)$,$(fog)(x)$ 2) $(fog)(2)$,$(gof)(2)$

1) $(gof)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 1$

$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x + 1) = (x + 1)^2$

2) $(fog)(2) = (2 + 1)^2 = (3)^2 = 9$

$(gof)(2) = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$

خارجي اذا كان التطبيق $f:R \longrightarrow R$ اذ $f(x) = 6X - 1$ والتطبيق $g:R \longrightarrow R$ اذ $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 1$ جد قيمة x اذا علمت ان $(gof)(x) = 13$

$(fog)(x) = 13 \longrightarrow f(g(x)) = 13$

$f(\frac{1}{3}x^2 + 1) = 13 \longrightarrow 6(\frac{1}{3}x^2 + 1) - 1 = 13$

$\frac{6}{3}x^2 + 6 - 1 = 13 \longrightarrow 2x^2 + 5 = 13$

$2x^2 = 13 - 5 \longrightarrow 2x^2 = 8]_{\div 2}$

$x^2 = 4]_{\sqrt{}}$

$X = 2$ او $x = -2$ يهمل

تدرب وحل مسائل حياتية

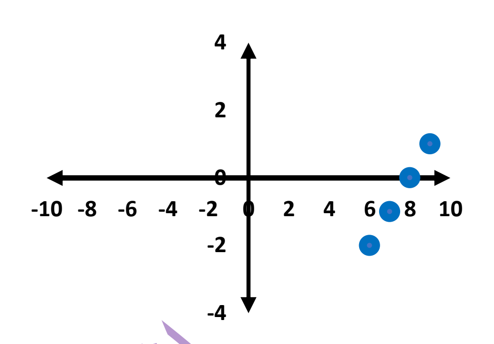
11) درجات الحرارة : سجلت درجات الحرارة في احد أيام الشتاء بالعلاقة التالية

$R = \{(6, -2),(9, -3),(12, -4),(15, -5)\}$

اذ يمثل الاحداثي الأول الوقت بالساعة والاحداثي الثاني درجة الحرارة بالدرجات السيليزية. مثل العلاقة بجدول ومثلها بالمستوي الاحداثي ، هل تمثل العلاقة تطبيقاً ام لا ؟ معللاً اجابتك.

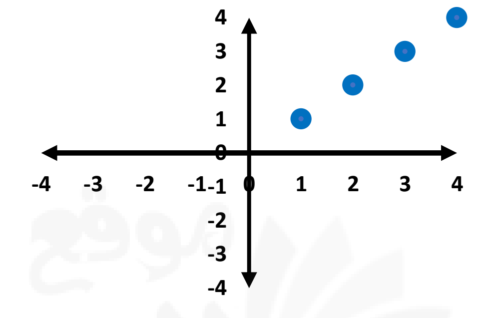
الحل:

الوقت (x)	6	7	8	9
درجات الحرارة (y)	-2	-1	0	1



العلاقة تمثل تطبيقاً لأن كل عنصر من عناصر X يرتبط بعنصر واحد من عناصر Y

12) المستوي الاحداثي: الشكل البياني المجاور يمثل التطبيق $f:N \longrightarrow N$ اكتب احداثيات الأزواج المرتبة التي تمثلها نقاط التطبيق في البياني ، اكتب قاعدة اقتران التطبيق ، هل التطبيق متباين ام لا ؟



الحل:

الأزواج المرتبة = {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)}

قاعدة الاقتران = x

التطبيق متباين لان

$X_1 \neq X_2 \longrightarrow f(X_1) \neq f(X_2)$

$1 \neq 2 \quad \longrightarrow \quad 1 \neq 2$

13) صحة : العلاقة $W_r = 2(\frac{Wb}{3})$ تمثل وزن الماء في جسم الانسان ، و W_b تمثل وزن الانسان. وزن حسان 150kg استعمل نظام خاص بإنقاص الوزن لدة ثلاثة أشهر ففقد من وزنه 6kg في الشهر الأول ثم 12kg في الشهر الثاني ، 12kg في الشهر الثالث اكتب جمع الأزواج المرتبة للعلاقة بين وزن حسان ووزن الماء في جسمه هل تمثل تطبيقاً ام لا ؟

$W_r = 2(\frac{Wb}{3})$

$W_b = \{ 150 , 150-6=144 , 144-12 = 132$
$132 – 12 = 120\}$

$W_r(150) = 2(\frac{150}{3}) = 2(50) = 100$

$W_r(144) = 2(\frac{144}{3}) = 2(48) = 96$

$W_r(132) = 2(\frac{132}{3}) = 2(44) = 88$

$W_r(120) = 2(\frac{120}{3}) = 2(40) = 80$

$W_r = \{(150,100),(144,96),(132,88)$
$(120,80)\}$

تمثل تطبيقاً لان كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجال المقابل.

فكر

14) تحد: اذا كان A= {1,2,3} وكان

$f:A \longrightarrow A$ و $g:A \longrightarrow A$ معرفان كما يلي:

f= { (1,3) , (3,3) , (2,3) }

g = { (3,1) , (1,2) , (2,3) }

بين هل ان fog = gof ؟

$(f\circ g)(x) = f(g(x))$

$= f(g(1)) = f(2) = 3$

$= f(g(2)) = f(3) = 3$

$= f(g(3)) = f(1) = 3$

$(g\circ f)(x) = g(f(x))$

$= g(f(1)) = g(3) = 1$

$= g(f(2)) = g(3) = 1$

$= g(f(3)) = g(3) = 1$

$(f\circ g)(x) \neq (g\circ f)(x)$



15) اصحح الخطأ: قال ياسين ان العلاقة

$f:Z \longrightarrow Z$ حيث $f(x) = x^3$ لا تمثل تطبيقاً متبايناً

حدد خطأ ياسين وصححه.

الحل:

$f(x) = x^3$, X = Z = { … -2,-1,0,1,2,…}

.

.

$f(-2) = (-2)^3 = -8$

$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = (0)^3 = 0$

$f(1) = (1)^3 = 1$

$f(2) = (2)^3 = 8$

.

.

يمثل تطبيق متباين لان

$X_1 \neq X_2 \longrightarrow f(X_1) \neq f(X_2)$

$-1 \neq 1 \quad \longrightarrow \quad -1 \neq 1$

16) حس عددي: حدد ما اذا كانت كل علاقة

$f:N \longrightarrow N$ فيما يلي تمثل تطبيقاً ام لا ؟ فسر ذلك

1)

X	1	2	3	4	5
Y	3	5	7	9	11

2) خارجي

X	1	2	3	4	5
Y	3	6	11	18	27

الحل:

1)

X	Y
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11

العلاقة تمثل تطبيق لان كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد فقط من Y

2) خارجي

X	Y
1	3
2	6
3	11
4	18
5	27

العلاقة تمثل تطبيق لان كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد فقط من Y

اكتب قيمة x اذا كان $f:N \longrightarrow N$ يمثل تطبيقاً حيث

$f(x) = 4x - 3$ وان $(fof)(x) = 33$

الحل:

$(fof)(x) = 33$

$f(f(x)) = 33 \longrightarrow f(4x - 3) = 33$

$4(4x - 3) - 3 = 33$

$16x - 12 - 3 = 33 \longrightarrow 16x - 15 = 33$

$16x = 33 + 15$

$16x = 48 \;]_{\div 16}$

$X = 3$

المتتابعات

مثال1 نظم جدولاً يربط بين عدد الأيام وعدد اللوحات. اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟

عدد اللوحات	1	2	3	4	5	6
عدد الأيام	3	6	9	12	15	18

الحل:

الأزواج المرتبة = $\{(1,3),(2,6),(3,9),(4,12),(5,15),(6,18)\}$

نعم يمثل نمطاً والعلاقة تمثل "ثلاثة أمثال"

والعلاقة تمثل متتابعة حدها العام هو

$\{u_n\} = 3n \quad , \; n \in \{1,2,3,4,5\}$

تكتب بالشكل الاتي:

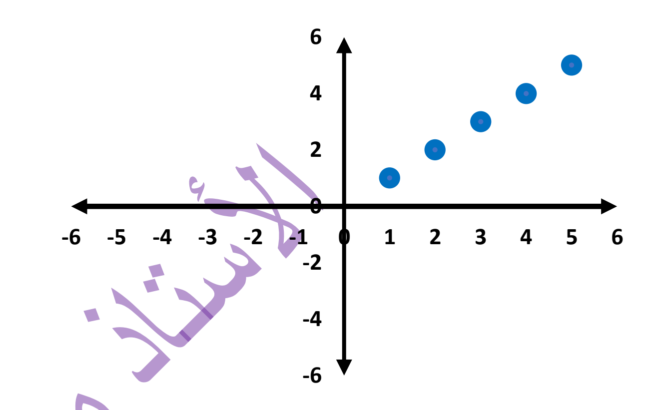
$\{u_n\} = \{3n\} = \{3,6,9,12,15,18\}$

مثال2 اكتب الأزواج المرتبة الخمسة الأولى للمتابعة $\{u_n\}$ ومثلها في المستوي الاحداثي:

1) $\{n\}$

الحل: $\{u_n\} = \{n\} = \{1,2,3,4,5\}$

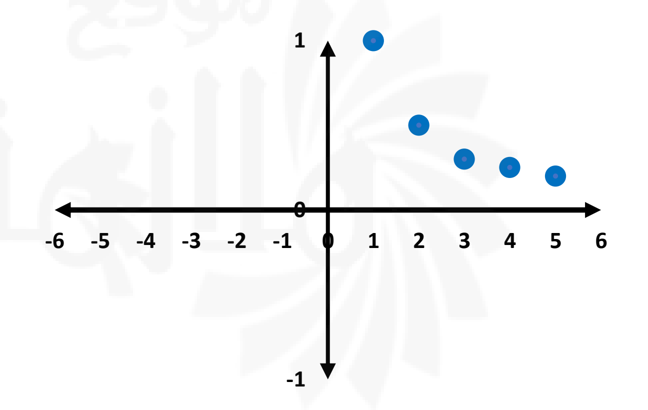
$\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$



2) $\{\frac{1}{n}\}$

الحل: $\{u_n\} = \{\frac{1}{n}\} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\}$

$\{(1,1),(2,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{3}),(4,\frac{1}{4}),(5,\frac{1}{5})\}$



مثال3 اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية الآتية:

1) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 3 وأساسها 6

الحل: $d = 6$ ، $a = 3$

$u_1 = a = 3$, $u_2 = u_1 + d = 3 + 6 = 9$

$u_3 = u_2 + d = 9 + 6 = 15$

$u_4 = u_3 + d = 15 + 6 = 21$

$u_5 = u_4 + d = 21 + 6 = 27$

المتتابعة الحسابية = $\{3,9,15,21,27\}$

2) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 1 وأساسها 3-

الحل: $d = -3$ ، $a = 1$

$u_1 = a = 1$, $u_2 = u_1 + d = 1 - 3 = -2$

$u_3 = u_2 + d = -2 - 3 = -5$

$u_4 = u_3 + d = -5 - 3 = -8$

$u_5 = u_4 + d = -8 - 3 = -11$

المتتابعة الحسابية = $\{1,-2,-5,-8,-11\}$

3) متتابعة حسابية حدها السابع 36 وأساسها 4

الحل: $d = 4$ ، $u_7 = 36$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_7 = a + (7-1)4$

$36 = a + (6)4 \longrightarrow 36 = a + 24$

$a = 36 - 24 \longrightarrow a = 12$

$u_1 = a = 12,\ u_2 = u_1 + d = 12 + 4 = 16$

$u_3 = u_2 + d = 16 + 4 = 20$

$u_4 = u_3 + d = 20 + 4 = 24$

$u_5 = u_4 + d = 24 + 4 = 28$

المتتابعة الحسابية = {12,16,20,24,28}

مثال4 اكتب حدود للمتتابعات الآتية:

1) متتابعة حسابية حدها الثالث 8 و $d = -3$ جد الحدود بين u_7 و u_{11}

الحل: $u_3 = 8$ ، $d = -3$

$u_n = a + (n-1)d \longrightarrow u_3 = a + (3-1)(-3)$

$8 = a + (2)(-3) \longrightarrow 8 = a - 6$

$a = 8 + 6 \longrightarrow a = 14$

$u_8 = 14 + (8-1)(-3) \longrightarrow u_8 = 14 - 21$

$u_8 = -7$

$u_9 = u_8 + d = -7 -3 = -10$

$u_{10} = u_9 + d = -10 -3 = -13$

حدود المتتابعة = {....,-7,-10,-13,......}

2) اكتب الحد العشرين من المتتابعة الحسابية {6,1,-4,-9,...} وحدد ما اذا كانت المتتابعة متناقصة أم متزايدة.

الحل: $a = 6$ ، $d = 1 - 6 = -5$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_{20} = 6 + (20 - 1)(-5)$

$u_{20} = 6 + (19)(-5)$

$u_{20} = 6 - 95 \longrightarrow u_{20} = -89$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

مثال5 اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

1) $\{2n - 1\}$

$u_1 = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$

$u_2 = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$

$u_3 = 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5$

$u_4 = 2(4) - 1 = 8 - 1 = 7$

$u_5 = 2(5) - 1 = 10 - 1 = 9$

المتتابعة = {1 , 3 , 5 , 7 , 9}

2) $\{(-1)^n\}$

$u_1 = (-1)^1 = -1$, $u_2 = (-1)^2 = 1$

$u_3 = (-1)^3 = -1$, $u_4 = (-1)^4 = 1$

$u_5 = (-1)^5 = -1$

المتتابعة = {-1 , 1 , -1 , 1 , -1}

3) $\{7\}$

$u_1 = 7$, $u_2 = 7$, $u_3 = 7$, $u_4 = 7$

$u_5 = 7$

المتتابعة = {7 , 7 , 7 , 7 , 7}

2) $u_n = n - 4$

$u_1 = 1 - 4 = -3$, $u_2 = 2 - 4 = -2$

$u_3 = 3 - 4 = -1$, $u_4 = 4 - 4 = 0$

الأزواج المرتبة$=\{(1,-3),(2,-2),(3,-1),(4,0)\}$

3) $u_n = n^2$

$u_1 = 1^2 = 1$, $u_2 = 2^2 = 4$

$u_3 = 3^2 = 9$, $u_4 = 4^2 = 16$

الأزواج المرتبة $= \{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16)\}$

4) $u_n = \frac{1}{2n}$

$u_1 = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{2(2)} = \frac{1}{4}$

$u_3 = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$, $u_4 = \frac{1}{2(4)} = \frac{1}{8}$

الأزواج المرتبة $= \{(1,\frac{1}{2}),(2,\frac{1}{4}),(3,\frac{1}{6}),(4,\frac{1}{8})\}$

5) $u_n = 3n - 1$

$u_1 = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2$

$u_2 = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$

$u_3 = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8$

$u_4 = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$

الأزواج المرتبة $= \{(1,2),(2,5),(3,8),(4,11)\}$

خارجي $u_n = n + 2$

$u_1 = 1 + 2 = 3$, $u_2 = 2 + 2 = 4$

$u_3 = 3 + 2 = 5$, $u_4 = 4 + 2 = 6$

الأزواج المرتبة $= \{(1,3),(2,4),(3,5),(4,6)\}$

4) $\{\frac{n}{3}\}$

$u_1 = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{2}{3}$, $u_3 = \frac{3}{3} = 1$

$u_4 = \frac{4}{3}$, $u_5 = \frac{5}{3}$

المتتابعة $= \{\frac{1}{3} , \frac{2}{3} , 1 , \frac{4}{3} , \frac{5}{3}\}$

5) $\{n^2\}$

$u_1 = 1^2 = 1$, $u_2 = 2^2 = 4$

$u_3 = 3^2 = 9$, $u_4 = 4^2 = 16$

$u_5 = 5^2 = 25$

المتتابعة $= \{1 , 4 , 9 , 16 , 25\}$

6) $\{n^3\}$

$u_1 = 1^3 = 1$, $u_2 = 2^3 = 8$

$u_3 = 3^3 = 27$, $u_4 = 4^3 = 64$

$u_5 = 5^3 = 125$

المتتابعة $= \{1 , 8 , 27 , 64 , 125\}$

تأكد من فهمك

اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى:

1) $u_n = 3n$

$u_1 = 3(1) = 1$, $u_2 = 3(2) = 6$

$u_3 = 3(3) = 9$, $u_4 = 3(4) = 12$

الأزواج المرتبة $= \{(1,1),(2,6),(3,9),(4,12)\}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية:

6) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 1 وأساسها 5

الحل: $a = 1$ ، $d = 5$

$u_1 = a = 1$, $u_2 = u_1 + d = 1 + 5 = 6$

$u_3 = u_2 + d = 6 + 5 = 11$

$u_4 = u_3 + d = 11 + 5 = 16$

$u_5 = u_4 + d = 16 + 5 = 21$

المتتابعة الحسابية = $\{1 , 6 , 11 , 16 , 21\}$

7) متتابعة حسابية الحد الأول فيها -5 وأساسها 2

الحل: $a = -5$ ، $d = 2$

$u_1 = a = -5$

$u_2 = u_1 + d = -5 + 2 = -3$

$u_3 = u_2 + d = -3 + 2 = -1$

$u_4 = u_3 + d = -1 + 2 = 1$

$u_5 = u_4 + d = 1 + 2 = 3$

المتتابعة الحسابية = $\{-5 , -3 , -1 , 1 , 3\}$

8)متتابعة حسابية الحد الأول فيها -3 وأساسها -4

الحل: $a = -3$ ، $d = -4$

$u_1 = a = -3$

$u_2 = u_1 + d = -3 - 4 = -7$

$u_3 = u_2 + d = -7 - 4 = -11$

$u_4 = u_3 + d = -11 - 4 = -15$

$u_5 = u_4 + d = -15 - 4 = -19$

المتتابعة الحسابية = $\{-3 , -7, -11, -15 , -19\}$

خ) متتابعة حسابية حدها السادس 18 وأساسها -3

الحل: $u_6 = 18$ ، $d = -3$

$u_n = a + (n - 1)d$

$u_6 = a + (6 - 1)(-3)$

$18 = a + (5)(-3) \longrightarrow 18 = a - 15$

$a = 18 + 15 \longrightarrow a = 33$

$u_1 = a = 33$, $u_2 = u_1 + d = 33 - 3 = 30$

$u_3 = u_2 + d = 30 - 3 = 27$

$u_4 = u_3 + d = 27 - 3 = 24$

$u_5 = u_4 + d = 24 - 3 = 21$

المتتابعة الحسابية = $\{33 , 30 , 27 , 24 , 21\}$

اكتب حدود للمتتابعات الآتية:

9) جد الحدود بين u_8 و u_{12} لمتتابعة حسابية حدها الثالث 9 و $d = -2$

الحل: $u_3 = 9$ ، $d = -2$

$u_n = a + (n - 1)d \longrightarrow u_3 = a + (3 - 1)(-2)$

$9 = a + (2)(-2) \longrightarrow 9 = a - 4$

$a = 9 + 4 \longrightarrow a = 13$

$u_9 = 13 + (9 - 1)(-2) = 13 + (8)(-2)$

$u_9 = 13 - 16 = -3$

$u_{10} = u_9 + d \longrightarrow u_{10} = -3 - 2 = -5$

$u_{11} = u_{10} + d \longrightarrow u_{11} = -5 - 2 = -7$

المتتابعة الحسابية = $\{\ldots,-3,-5,-7,\ldots\}$

10) جد الحدود بين u_6 و u_{10} لمتتابعة حسابية حدها الثاني = -11 و $d = -3$

الحل: $u_2 = -11$ ، $d = -3$

$u_n = a + (n-1)d \longrightarrow u_2 = a + (2-1)(-3)$

$-11 = a + (1)(-3) \longrightarrow -11 = a - 3$

$a = -11 + 3 \longrightarrow a = -8$

$u_7 = -8 + (7-1)(-3) = -8 + (6)(-3)$

$u_7 = -8 - 18 = -26$

$u_8 = u_7 + d = -26 - 3 = -29$

$u_9 = u_8 + d = -29 - 3 = -32$

المتتابعة الحسابية $= \{\ldots, -26, -29, -32, \ldots\}$

11) اكتب الحد الثالث والعشرين من المتتابعة الحسابية $\{3, -1, -5, -9, \ldots\}$

الحل: $a = 3$ ، $d = -1 - 3 = -4$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_{23} = 3 + (23-1)(-4)$

$u_{23} = 3 + (22)(-4) = 3 - 88 = -85$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

12) $\{4n\}$

$u_1 = 4(1) = 4$, $u_2 = 4(2) = 8$

$u_3 = 4(3) = 12$, $u_4 = 4(4) = 16$

$u_5 = 4(5) = 20$

المتتابعة $= \{4, 8, 12, 16, 20\}$

خارجي $\{\frac{1}{3}n\}$

$u_1 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$

$u_3 = \frac{1}{3} \times 3 = \frac{3}{3} = 1$, $u_4 = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$

$u_5 = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$

المتتابعة $= \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\}$

13) $\{2n-5\}$

$u_1 = 2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$

$u_2 = 2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$

$u_3 = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$

$u_4 = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$

$u_5 = 2(5) - 5 = 10 - 5 = 5$

المتتابعة $= \{-3, -1, 1, 3, 5\}$

14) $\{\frac{1}{n+1}\}$

$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$

$u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$, $u_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$

$u_5 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$

المتتابعة $= \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\}$

خارجي $\{(-2)^n\}$

$u_1 = (-2)^1 = -2$, $u_2 = (-2)^2 = 4$

$u_3 = (-2)^3 = -8$, $u_4 = (-2)^4 = 16$

$u_5 = (-2)^5 = -32$

المتتابعة $= \{-2, 4, -8, 16, -32\}$

15) $\{9\}$

$u_1 = 9 , u_2 = 9 , u_3 = 9 , u_4 = 9 , u_5 = 9$

المتتابعة $= \{9 , 9 , 9 , 9 , 9\}$

تدرب وحل التمرينات

اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى:

16) $u_n = 10 - 4n$

$u_1 = 10 - 4(1) = 10 - 4 = 6$

$u_2 = 10 - 4(2) = 10 - 8 = 2$

$u_3 = 10 - 4(3) = 10 - 12 = -2$

$u_4 = 10 - 4(4) = 10 - 16 = -6$

الأزواج المرتبة$= \{(1,6),(2,2),(3,-2),(4,-6)\}$

17) $u_n = n^2 - 1$

$u_1 = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

$u_2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$u_3 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

$u_4 = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$

الأزواج المرتبة $= \{(1,0),(2,3),(3,8),(4,15)\}$

خارجي $u_n = (-1)^{2n}$

$u_1 = (-1)^{2\times1} = (-1)^2 = 1$

$u_2 = (-1)^{2\times2} = (-1)^4 = 1$

$u_3 = (-1)^{2\times3} = (-1)^6 = 1$

$u_4 = (-1)^{2\times4} = (-1)^8 = 1$

الأزواج المرتبة $= \{(1,1),(2,1),(3,1),(4,1)\}$

18) $u_n = \frac{1}{3n+1}$

$u_1 = \frac{1}{3\times1+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$

$u_2 = \frac{1}{3\times2+1} = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$

$u_3 = \frac{1}{3\times3+1} = \frac{1}{9+1} = \frac{1}{10}$

$u_4 = \frac{1}{3\times4+1} = \frac{1}{12+1} = \frac{1}{13}$

$\{(1, \frac{1}{4}),(2, \frac{1}{7}),(3, \frac{1}{10}),(4, \frac{1}{13})\}$

19) اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية:

متتابعة حسابية الحد السابع فيها $\frac{1}{24}$ وأساسها $\frac{1}{3}$

الحل: $u_7 = \frac{1}{24}$ ، $d = \frac{1}{3}$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_7 = a + (7-1)\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{1}{24} = a + (6)\frac{1}{3}$

$\frac{1}{24} = a + 2 \longrightarrow \frac{1}{24} - 2 = a$

$a = \frac{1-48}{24} \longrightarrow a = \frac{-47}{24}$

$u_1 = a = \frac{-47}{24} , u_2 = u_1 + d = \frac{-47}{24} + \frac{1}{3}$

$u_2 = \frac{-47+8}{24} = \frac{-39}{24} , u_3 = u_2 + d$

$u_3 = \frac{-39}{24} + \frac{1}{3} = \frac{-39+8}{24} = \frac{-31}{24} , u_4 = u_3 + d$

$u_4 = \frac{-31}{24} + \frac{1}{3} = \frac{-31+8}{24} = \frac{-23}{24} , u_5 = u_4 + d$

$u_5 = \frac{-23}{24} + \frac{1}{3} = \frac{-23+8}{24} = \frac{-15}{24}$

$\{\frac{-47}{24}, \frac{-39}{24}, \frac{-31}{24}, \frac{-23}{24}, \frac{-15}{24}\}$

خ) متتابعة حسابية حدها السادس 4 وأساسها 3-

الحل: $u_6 = 4$ ، $d = -3$

$u_n = a + (n-1)d \longrightarrow u_6 = a + (6-1)(-3)$

$4 = a + (5)(-3) \longrightarrow 4 = a - 15$

$a = 4 + 15 \longrightarrow a = 19$

$u_1 = a = 19 , u_2 = u_1 + d = 19 - 3 = 16$

$u_3 = u_2 + d = 16 - 3 = 13 , u_4 = u_3 + d$

$u_4 = 13 - 3 = 10 , u_5 = u_4 + d$

$u_5 = 10 - 3 = 7$

$\{19 , 16 , 13 , 10 , 7\}$

اكتب حدود للمتتابعات الآتية:

20) جد الحدود بين u_{10} و u_{13} لمتتابعة حسابية حدها السابع $\frac{13}{2}$ و $d = 1$

الحل: $u_7 = \frac{13}{2}$ ، $d = 1$

$u_n = a + (n-1)d \longrightarrow u_7 = a + (7-1)1$

$\frac{13}{2} = a + (6)1 \longrightarrow \frac{13}{2} = a + 6$

$a = \frac{13}{2} - 6 = \frac{13-12}{2} \longrightarrow a = \frac{1}{2}$

$u_{11} = \frac{1}{2} + (11-1)\,1 = \frac{1}{2} + (10)1$

$u_{11} = \frac{1}{2} + 10 = \frac{1+20}{2} = \frac{21}{2}$

$u_{12} = u_{11} + d = \frac{21}{2} + 1 = \frac{21+2}{2} = \frac{23}{2}$

المتتابعة الحسابية $= \{\ldots, \frac{21}{2} , \frac{23}{2} , \ldots\}$

21) جد الحدود بين u_{20} و u_{23} لمتتابعة حسابية حدها الثاني 0 و $d = -1$

الحل: $u_2 = 0$ ، $d = -1$

$u_n = a + (n-1)d \longrightarrow u_2 = a + (2-1)(-1)$

$0 = a + (1)(-1) \longrightarrow 0 = a - 1 \longrightarrow a = 1$

$u_{21} = 1 + (21-1)(-1) = 1 + (20)(-1)$

$u_{21} = 1 - 20 = -19$

$u_{22} = u_{21} + d = -19 - 1 = -20$

المتتابعة الحسابية $= \{\ldots, -19, -20, \ldots\}$

حدد نوع المتتابعة (متزايدة ، متناقصة ، ثابتة) لكل مما يأتي:

22) $\{u_n\} = \{3 - 2n\}$

$u_1 = 3 - 2(1) = 3 - 2 = 1$

$u_2 = 3 - 2(2) = 3 - 4 = -1$

$d = u_2 - u_1 = -1 - 1 = -2$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

---

23) $\{u_n\} = \{n^3 - 1\}$

$u_1 = (1)^3 - 1 = 1 - 1 = 0$

$u_2 = (2)^3 - 1 = 8 - 1 = 7$

$d = u_2 - u_1 = 7 - 0 = 7$

المتتابعة متزايدة لأن : $d > 0$

خارجي $\{u_n\} = \{(-1)^{4n}\}$

$u_1 = (-1)^{4\times1} = (-1)^4 = 1$

$u_2 = (-1)^{4\times2} = (-1)^8 = 1$

$d = u_2 - u_1 = 1 - 1 = 0$

المتتابعة ثابتة لأن : $d = 0$

24) $\{u_n\} = \{\frac{1}{n+2}\}$

$u_1 = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$

$d = u_2 - u_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3-4}{12} = \frac{-1}{12}$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

25) $\{\frac{3n}{2}\}$

$u_1 = \frac{3\times1}{2} = \frac{3}{2}$, $u_2 = \frac{3\times2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$u_3 = \frac{3\times3}{2} = \frac{9}{2}$, $u_4 = \frac{3\times4}{2} = \frac{12}{2} = 6$

$u_5 = \frac{3\times5}{2} = \frac{15}{2}$

المتتابعة = $\{\frac{3}{2} , 3 , \frac{9}{2} , 6 , \frac{15}{2}\}$

خارجي $\{(-1)^n n\}$

$u_1 = (-1)^1 \times 1 = -1\times1 = -1$

$u_2 = (-1)^2 \times 2 = 1\times2 = 2$

$u_3 = (-1)^3 \times 3 = -1\times3 = -3$

$u_4 = (-1)^4 \times 4 = 1\times4 = 4$

$u_5 = (-1)^5 \times 5 = -1\times5 = -5$

المتتابعة = $\{-1 , 2 , -3 , 4 , -5\}$

26) $\{\sqrt{3}\}$

$u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5 = \sqrt{3}$

المتتابعة = $\{\sqrt{3} , \sqrt{3} , \sqrt{3} , \sqrt{3} , \sqrt{3}\}$

27) $\{\frac{n}{n+1}\}$

$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$

$u_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$, $u_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$

$u_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$

المتتابعة = $\{\frac{1}{2} , \frac{2}{3} , \frac{3}{4} , \frac{4}{5} , \frac{5}{6}\}$

تدرب وحل مسائل حياتية

28) رياضة الجري : في إحدى مسابقات الجري سجلت أوقات الفائز الأول وفقاً للجدول الآتي:

المسافة بالكيلومتر	1	2	3	4	5
الوقت بالدقيقة والثانية	3.12	6.32	9.52	12.72	15.92

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك

الحل:

الأزواج المرتبة = { (1 , 3.12) , (2 , 6.32) , (3 , 9.52) , (4 , 12.72) , (5 , 15.92)}

نعم يمثل نمطاً لأن كل مسافة ناتجة من مقدار ثابت

العلاقة تمثل متتابعة حسابية حدها الأول 3.12

وأساسها : $d = 6.32 - 3.12 = 3.2$

المتتابعة = {3.12,6.32,9.52,12.72,15.92}

29) رياضة القفز بالزانة: يبين الجدول التالي محاولات أحد أبطال العالم في رياضة سباق القفز بالزانة.

المحاولة	1	2	3	4	5
الارتفاع بالمتر	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك.

الحل:

الأزواج المرتبة = { (1 , 5.90) , (2 , 5.95) , (3 , 6.00) , (4 , 6.05) , (5 , 6.10)}

نعم يمثل نمطاً لأن كل مسافة ناتجة من مقدار ثابت

العلاقة تمثل متتابعة حسابية حدها الأول 5.90 وأساسها : $d = 5.95 - 5.90 = 0.05$

المتتابعة = {5.90,5.95,6.00,6.05,6.10}

30) زراعة: اشترى حسان مزرعة لتربية الابقار وبعد سنة اصبح فيها 20 بقرة وبدأت تزداد كل سنة نتيجة الولادات بمعدل ثابت حتى أصبح عددها الضعف بعد مضي ست سنوات. مثل المسألة بجدول واكتب الأزواج المرتبة فيه. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك.

الحل:

$a = 20$, $u_6 = 2a = 2(20) = 40$, $n = 6$

$u_n = a + (n-1)d \longrightarrow u_6 = 20 + (6-1)d$

$40 = 20 + 5d \longrightarrow 40 - 20 = 5d$

$5d = 20 \xrightarrow{\div 5} d = 4$

$u_1 = 20$, $u_2 = u_1 + d = 20 + 4 = 24$

$u_3 = u_2 + d = 24 + 4 = 28$

$u_4 = u_3 + d = 28 + 4 = 32$

$u_5 = u_4 + d = 32 + 4 = 36$

$u_6 = u_5 + d = 36 + 4 = 40$

السنة	1	2	3	4	5	6
عدد الأبقار	20	24	28	32	36	40

المتتابعة = {20 , 24 , 28 , 32 , 36 , 40}

فكر

31) تحدٍ: جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعات الحسابية كما يأتي:

$\{2x , x + 1 , 3x + 11 , \ldots\ldots\ldots\}$

$d_1 = u_2 - u_1 = x+1 - 2x = 1 - x$

$d_2 = u_3 - u_2 = 3x + 11 - (x + 1)$

$d_2 = 3x + 11 - x - 1 = 2x + 10$

$d_1 = d_2 \longrightarrow 1 - x = 2x + 10$

$1 - 10 = 2x + x$

$-9 = 3x \xrightarrow{\div 3} x = \frac{-9}{3} = -3$

خارجي $\{3x - 2 , 5x - 4 , 4x + 3 , \ldots\ldots.\}$

$d_1 = u_2 - u_1 = 5x - 4 - (3x - 2)$

$d_1 = 5x - 4 - 3x + 2 = 2x - 2$

$d_2 = u_3 - u_2 = 4x + 3 - (5x - 4)$

$d_2 = 4x + 3 - 5x + 4 = -x + 7$

$d_1 = d_2 \longrightarrow 2x - 2 = -x + 7$

$2x + x = 7 + 2 \longrightarrow 3x = 9 \xrightarrow{\div 3} x = 3$

32) أصحح الخطأ: قالت رابحة أن المتتابعة التي حدها العام $u_n = 8 - 2n$ متتابعة متزايدة لأن $d > 0$ اكتشف خطأ رابحة وصححه.

الحل:

$u_n = 8 - 2n \;,\; u_1 = 8 - 2(1) = 8 - 2 = 6$

$u_2 = 8 - 2(2) = 8 - 4 = 4$

$d_2 = u_2 - u_1 = 4 - 6 = -2$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

33) حس عددي: ماهو الحد الحادي عشر لمتتابعة حدها الثالث 4 وأساسها $-\frac{1}{2}$

الحل: $u_3 = 4 \;,\; d = -\frac{1}{2}$

$u_n = a + (n - 1)d$

$u_3 = a + (3 - 1)(-\frac{1}{2})$

$4 = a + (2)(-\frac{1}{2}) \longrightarrow 4 = a - 1 \longrightarrow a = 5$

$u_{11} = 5 + (11-1)(-\frac{1}{2})$

$u_{11} = 5 + (10)(-\frac{1}{2}) = 5 - 5 = 0$

اكتب الحد الذي ترتيبه 101 في المتتابعة الحسابية التي حدها الخامس -4 وأساسها 2

الحل: $u_5 = -4 \;,\; d = 2$

$u_n = a + (n - 1)d \longrightarrow u_5 = a + (5 - 1)2$

$-4 = a + (4)2 \longrightarrow -4 = a + 8$

$a = 8 + 4 \longrightarrow a = 12$

$u_{101} = 12 + (101 - 1)(2) = 12 + (100)2$

$u_{101} = 12 + 200 = 212$

المتباينات المركبة

المتباينات المركبة التي تتضمن (و)

مثال1 حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) $-3 \leq 3x < 9$ جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

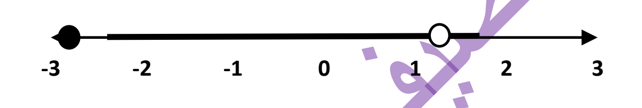
الحل:

$-3 \leq 3x + 2 < 9$

$-3 - 2 \leq 3x + 2 - 2 < 9 - 2$

$-5 \leq 3x < 7 \Rightarrow \frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3}$

$S = \{x: \frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3}\}$



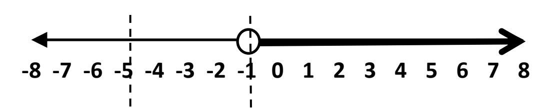
المتباينات المركبة التي تتضمن (أو)

مثال2 حل المتباينة المركبة $x + 3 > 2$ أو $x + 3 \leq -2$ بيانياً وجبرياً.

الحل: الطريقة الأولى : بيانياً

$x + 3 > 2 \Rightarrow x > 2 - 3 \Rightarrow x > -1$

$x + 3 \leq -2 \Rightarrow x \leq -2 - 3 \Rightarrow x \leq -5$



الطريقة الثانية: جبرياً

$2 < x + 3 \leq -2$

$2 - 3 < x + 3 - 3 \leq -2 - 3$

$-1 < x \leq -5$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x: -1 < x\} \cup \{x: x \leq -5\}$

مثال3 حل المتباينة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

1) $y - 3 \leq -1$ أو $y + 3 > 6$

$y \leq -1 + 3$ أو $y > 6 - 3$

$y \leq 2$ أو $y > 3$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y: y \leq 2\} \cup \{y: y > 3\}$

2) $\frac{2V+1}{3} > \frac{5}{3}$ أو $\frac{2V+1}{3} < \frac{1}{3}$

$2V + 1 > 5$ أو $2V + 1 < 1$

$2V > 4$ أو $2V < 0 \Rightarrow V > 2$ أو $V < 0$

$S = S_1 \cup S_2 = \{V: V > 2\} \cup \{V: V < 0\}$



المتباينة المثلثية

مثال4 1) هل يمكن للقطع المستقيمة التي طولها 2cm , 10cm , 13cm أن تشكل مثلثاً؟

الحل:

A	B	C
2	10	13

$A + B > C \Rightarrow 2 + 10 > 13 \Rightarrow 12 \ngtr 13$

$A + C > B \Rightarrow 2 + 13 > 10 \Rightarrow 15 > 13$

$B + C > A \Rightarrow 10 + 13 > 2 \Rightarrow 23 > 13$

لا يمكن أن تشكل مثلثاً لأن: $12 \ngtr 13$

2) اكتب متباينة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 8cm , 10cm

الحل: نفرض طول الضلع الثالث x

A	B	C
10	8	x

$A + B > C \Rightarrow 10 + 8 > x \Rightarrow 18 > x$

$A + C > B \Rightarrow 10 + x > 8 \Rightarrow x > 8 - 10$

$\Rightarrow x > -2$

$B + C > A \Rightarrow 8 + x > 10 \Rightarrow x > 10 - 8$

$\Rightarrow x > 2$

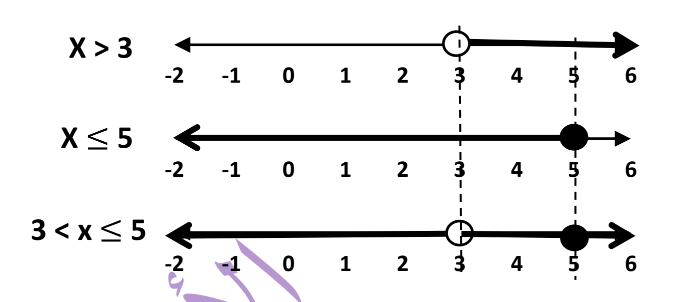
$2 < x < 18$

تأكد من فهمك

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانياً:

خارجي

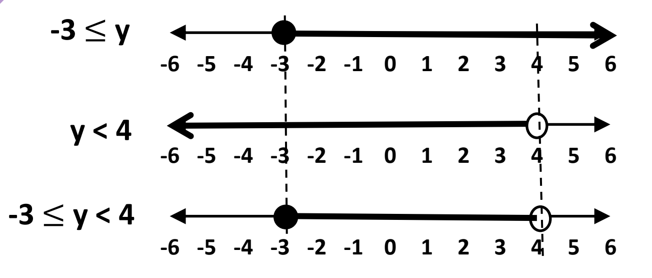
$x > 3$ و $x \le 5$



1) $-4 \le y - 1 < 3$

$-4 + 1 \le y - 1 + 1 < 3 + 1$

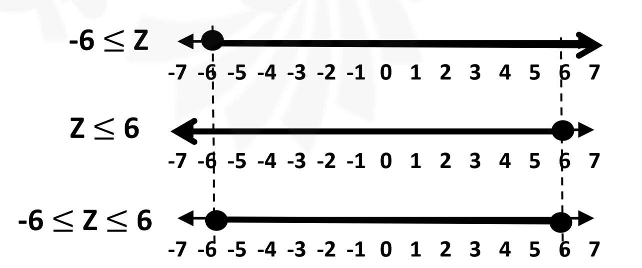
$-3 \le y < 4$



2) $-4 \le Z + 2 \le 8$

$-4 - 2 \le Z + 2 - 2 \le 8 - 2$

$-6 \le Z \le 6$



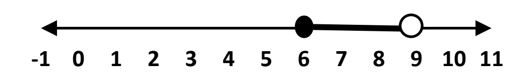
حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

3) $x + 6 \ge 12$ و $x + 6 < 15$

$x \ge 12 - 6$ و $x < 15 - 6$

$x \ge 6$ و $x < 9$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: x \ge 6\} \cap \{x: x < 9\}$



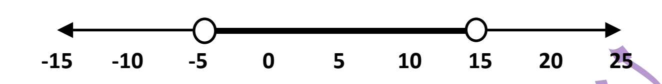
خارجي

$y - 10 > -15$ و $y - 10 < 5$

$y > -15 + 10$ و $y < 5 + 10$

$y > -5$ و $y < 15$

$S = S_1 \cap S_2 = \{y > -5\} \cap \{y < 15\}$



خارجي

$\frac{1}{24} \le \frac{Z+5}{6} \le \frac{1}{12}$

$\frac{1}{24} \le \frac{Z+5}{6} \le \frac{1}{12}\,]\times 24$

$\frac{1}{24} \times 24 \le \frac{Z+5}{6} \times 24 \le \frac{1}{12} \times 24$

$1 \le (Z + 5)\times 4 \le 2$

$1 \le 4Z + 20 \le 2$

$1 - 20 \le 4Z + 20 - 20 \le 2 - 20$

$-19 \le 4Z \le -18$

$\frac{-19}{4} \le \frac{4Z}{4} \le \frac{-18}{4} \Rightarrow \frac{-19}{4} \le Z \le \frac{-9}{2}$

$S = S_1 \cap S_2 = \{Z: \frac{-19}{4} \le Z\} \cap \{Z \le \frac{-9}{2}\}$

-5 $\frac{-19}{4}$ $\frac{-9}{2}$ -4 -3 -2

4) $-9 < 2x - 1 \leq 3$

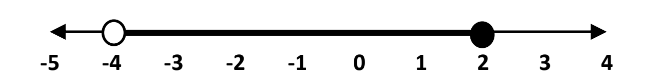
$-9 + 1 < 2x - 1 + 1 \leq 3 + 1$

$-8 < 2x \leq 4$

$\frac{-8}{2} < \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2}$

$-4 < x \leq 2$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: -4 < x\} \cap \{x: x \leq 2\}$

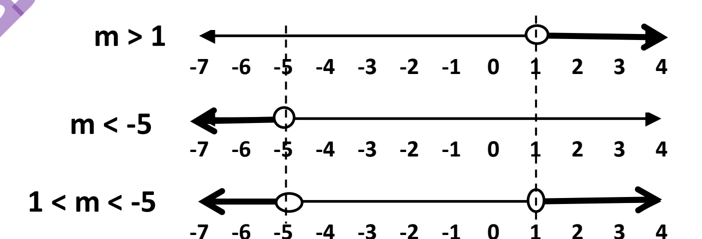


حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانياً:

خارجي $m + 1 > 2$ أو $m + 1 < -4$

$m > 2 - 1$ أو $m < -4 - 1$

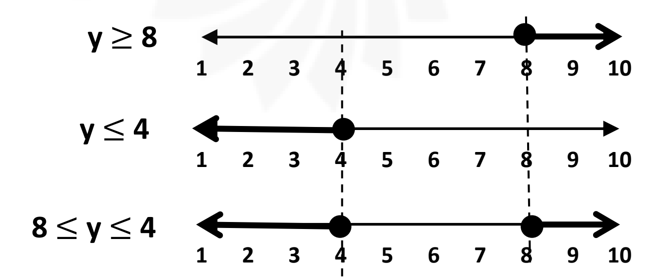
$m > 1$ أو $m < -5$



5) $8y \geq 64$ أو $8y \leq 32$

$\frac{8y}{8} \geq \frac{64}{8}$ أو $\frac{8y}{8} \leq \frac{32}{8}$

$y \geq 8$ أو $y \leq 4$



خارجي $x - 3 > 10$ أو $x - 3 \leq -3$

$x > 10 + 3$ أو $x \leq -3 + 3$

$x > 13$ أو $x \leq 0$

X > 13

X ≤ 0

13<x≤0

6) $\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}$ أو $\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}$

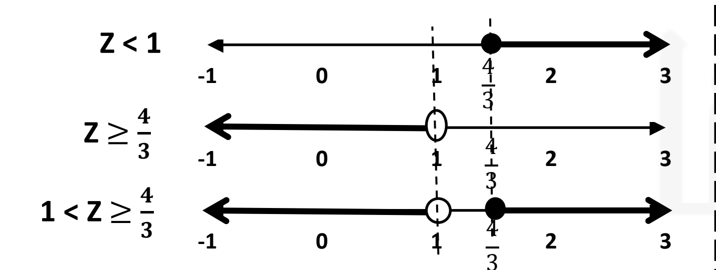
$\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}]\times 3$ أو $\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}]\times 9$

$\frac{2Z}{3} \times 3 < \frac{2}{3} \times 3$ أو $\frac{2Z}{3} \times 9 \geq \frac{8}{9} \times 9$

$2Z < 2$ أو $6Z \geq 8$

$\frac{2Z}{2} < \frac{2}{2}$ أو $\frac{6Z}{6} \geq \frac{8}{6}$

$Z < 1$ أو $Z \geq \frac{4}{3}$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

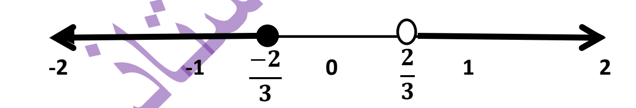
7) $3n - 7 > -5$ أو $3n - 7 \leq -9$

$3n - 7 + 7 > -5 + 7$ أو $3n - 7 + 7 \leq -9 + 7$

$3n > 2$ أو $3n \leq -2 \Rightarrow \frac{3n}{3} > \frac{2}{3}$ أو $\frac{3n}{3} \leq \frac{-2}{3}$

$n > \frac{2}{3}$ أو $n \leq \frac{-2}{3}$

$S = S_1 \cup S_2 = \{n: n > \frac{2}{3}\} \cup \{n: n \leq \frac{-2}{3}\}$

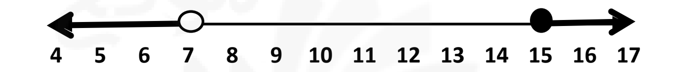


8) $x + 15 \geq 30$ أو $x + 15 < 22$

$x \geq 30 - 15$ أو $x < 22 - 15$

$x \geq 15$ أو $x < 7$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x: x \geq 15\} \cup \{x: x < 7\}$



خارجي

$y < 0$ أو $y + 2 > 2$

$y < 0$ أو $y > 2 - 2 \Rightarrow y < 0$ أو $y > 0$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y: y < 0\} \cup \{y: y > 0\}$

خارجي

$\frac{h+6}{4} < 2\frac{1}{2}$ أو $\frac{h+6}{4} > 6\frac{1}{2}$

$\frac{h+6}{4} < \frac{5}{2}]\times 4$ أو $\frac{h+6}{4} > \frac{13}{2}]\times 4$

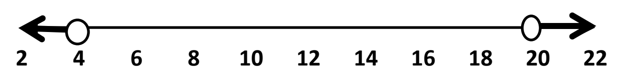
$\frac{h+6}{4} \times 4 < \frac{5}{2} \times 4$ أو $\frac{h+6}{4} \times 4 > \frac{13}{2} \times 4$

$h + 6 < 10$ أو $h + 6 > 26$

$h < 10 - 6$ أو $h > 26 - 6$

$h < 4$ أو $h > 20$

$S = S_1 \cap S_2 = \{h: h < 4\} \cap \{h: h > 20\}$



هل يمكن رسم مثلث أطوال اضلاعه كما يأتي:

9) $1cm, 2cm, \sqrt{3}\, cm$

$A \quad B \quad C$

$1 \quad 2 \quad \sqrt{3}$

$A + B > C \Rightarrow 1 + 2 > \sqrt{3}$

$\Rightarrow 3 > \sqrt{3}$ صحيحة

$A + C > B \Rightarrow 1 + \sqrt{3} > 2 \Rightarrow 1 + 1.6 > 2$

$\Rightarrow 2.6 > 2$ صحيحة

$C + B > A \Rightarrow \sqrt{3} + 2 > 1 \Rightarrow 1.6 + 2 > 1$

$\Rightarrow 3.6 > 1$ صحيحة

نعم يمكن رسم مثلث.

10) $5cm, 4cm, 9cm$

$A \quad B \quad C$

$5 \quad 4 \quad 9$

$A + B > C \Rightarrow 5 + 4 \ngtr 9 \Rightarrow 9 \ngtr 9$ خطأ

لا يمكن رسم مثلث

11) $1cm\ ,\ \sqrt{2}\ cm\ ,\ \sqrt{2}\ cm$

A	B	C
1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

$A + B > C \Rightarrow 1 + \sqrt{2} > \sqrt{2}$

$1 + 1.3 > 1.3 \Rightarrow 2.3 > 1.3$ صحيحة

$A + C > B \Rightarrow 1 + \sqrt{2} > \sqrt{2}$

$1 + 1.3 > 1.3 \Rightarrow 2.3 > 1.3$ صحيحة

$B + C > A \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{2} > 1$

$1.3 + 1.3 > 1 \Rightarrow 2.6 > 1$ صحيحة

نعم يمكن رسم مثلث.

12) $3cm\ ,\ 4cm\ ,\ 2\sqrt{3}\ cm$

A	B	C
3	4	$2\sqrt{3}$

$A + B > C \Rightarrow 3 + 4 > 2\sqrt{3}$

$7 > 2(1.6) \Rightarrow 7 > 3.2$ صحيحة

$A + C > B \Rightarrow 3 + 2\sqrt{3} > 4$

$3 + 3.2 > 4 \Rightarrow 6.2 > 4$ صحيحة

$B + C > A \Rightarrow 4 + 2\sqrt{3} > 3$

$4 + 3.2 > 3 \Rightarrow 7.2 > 3$ صحيحة

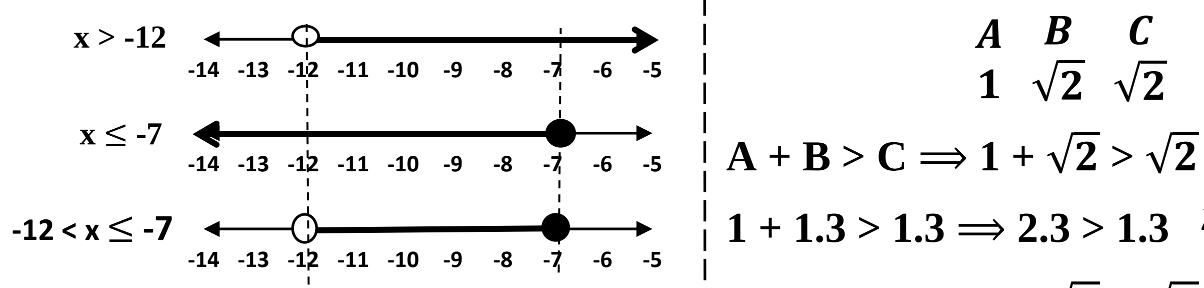
نعم يمكن رسم مثلث.

تدرب وحل التمرينات

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانياً:

13) $x > -12$ و $x \le -7$

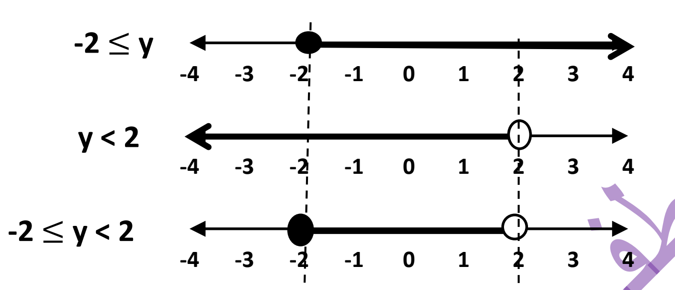
$x > -12$ و $x \le -7$



14) $2 \le y + 4 < 6$

$2 - 4 \le y + 4 - 4 < 6 - 4$

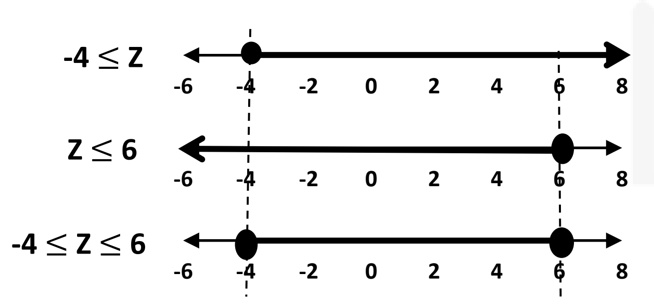
$-2 \le y < 2$



خارجي $-9 \le Z - 5 \le 1$

$-9 + 5 \le Z - 5 + 5 \le 1 + 5$

$-4 \le Z \le 6$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد:

15) $14 \le 3x + 7$ و $3x + 7 < 26$

$14 - 7 \le 3x + 7 - 7$ و $3x + 7 - 7 < 26 - 7$

$7 \le 3x$ و $3x < 19$

$\frac{7}{3} \le \frac{3x}{3}$ و $\frac{3x}{3} < \frac{19}{3}$

$\frac{7}{3} \le x$ و $x < \frac{19}{3}$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: \frac{7}{3} \le x\} \cap \{x: x < \frac{19}{3}\}$



خارجي $y - 1 < 8$ و $y - 1 > -10$

$y - 1 + 1 < 8 + 1$ و $y - 1 + 1 > -10 + 1$

$y < 9$ و $y > -9$

$S = S_1 \cap S_2 = \{y: y < 9\} \cap \{y: y > -9\}$

16) $\frac{1}{25} \le \frac{Z+3}{5} \le \frac{1}{15}$

$\frac{1}{25} \times 25 \le \frac{Z+3}{5} \times 25 \le \frac{1}{15} \times 25$

$1 \le (Z + 3)\times 5 \le \frac{5}{3} \Rightarrow 1 \le 5Z + 15 \le \frac{5}{3}$

$1 - 15 \le 5Z + 15 - 15 \le \frac{5}{3} - 15$

$-14 \le 5Z \le \frac{5-45}{3} \Rightarrow -14 \le 5Z \le \frac{-40}{3}$

$\frac{-14}{5} \le Z \le \frac{\frac{-40}{3}}{5} \Rightarrow \frac{-14}{5} \le Z \le \frac{-8}{3}$

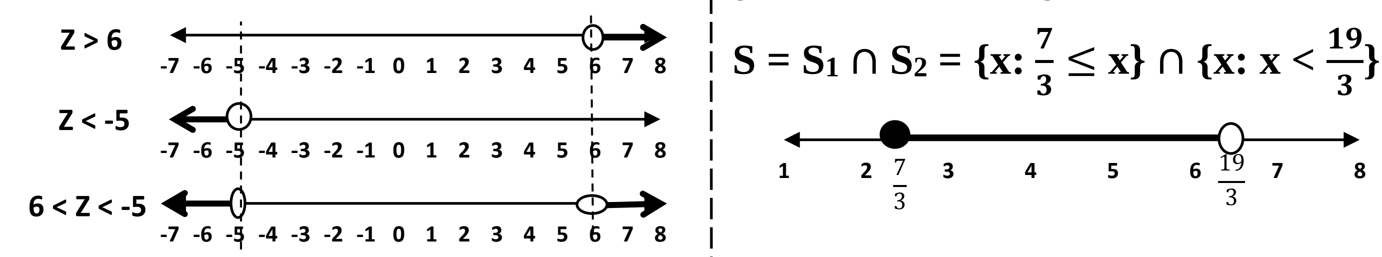
$S = S_1 \cap S_2 = \{Z: \frac{-14}{5} \le Z\} \cap \{Z: Z \le \frac{-8}{3}\}$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانياً:

17) $Z - 2 < -7$ أو $Z - 2 > 4$

$Z - 2 + 2 < -7+2$ أو $Z - 2 + 2 > 4+2$

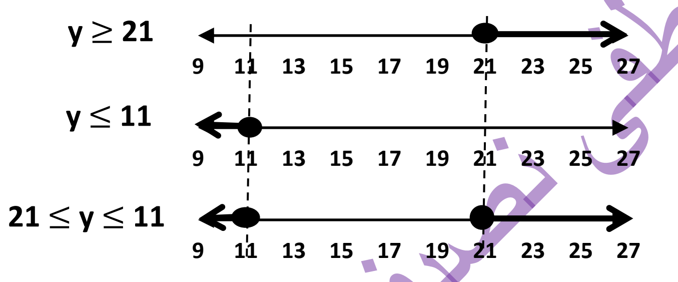
$Z < -5$ أو $Z > 6$



خارجي $3y \le 33$ أو $3y \ge 63$

$\frac{3y}{3} \le \frac{33}{3}$ أو $\frac{3y}{3} \ge \frac{63}{3}$

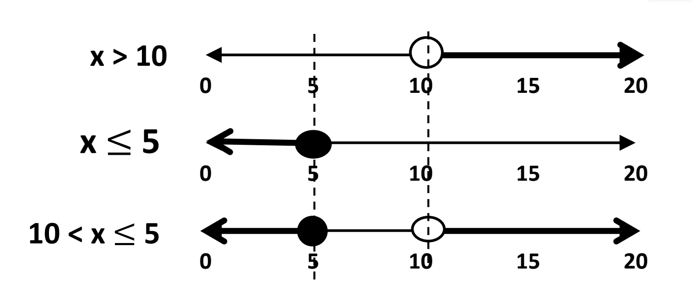
$Y \le 11$ أو $y \ge 21$



18) $x - 6 \le -1$ أو $x - 6 > 4$

$x \le -1 + 6$ أو $x > 4 + 6$

$x \le 5$ أو $x > 10$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

خارجي $3m - 5 > -4$ أو $m - 5 \leq -11$

$3m - 5 + 5 > -4 + 5$ أو $m - 5 + 5 \leq -11 + 5$

$3m > 1$ أو $m \leq -6$

$\frac{3m}{3} > \frac{1}{3}$ أو $m \leq -6 \Rightarrow m > \frac{1}{3}$ أو $m \leq -6$

$S = S_1 \cup S_2 = \{m : m > \frac{1}{3}\} \cup \{m : m \leq -6\}$



19) $x + 8 < 22$ أو $x + 10 \geq 30$

$x + 8 - 8 < 22 - 8$ أو $x + 10 - 10 \geq 30 - 10$

$x < 14$ أو $x \geq 20$

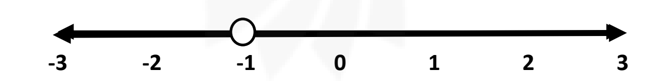
$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x < 14\} \cup \{x : x \geq 20\}$

20) $y < -1$ أو $y + 3 > 2$

$y < -1$ أو $y + 3 - 3 > 2 - 3$

$y < -1$ أو $y > -1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < -1\} \cup \{y : y > -1\}$



خارجي $\frac{3h}{14} < -\frac{3}{7}$ أو $\frac{3h}{14} \geq \frac{3}{7}$

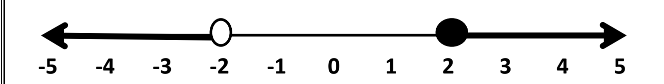
$\frac{3h}{14} \times 14 < -\frac{3}{7} \times 14$ أو $\frac{3h}{14} \times 14 \geq \frac{3}{7} \times 14$

$3h < -6$ أو $3h \geq 6$

$\frac{3h}{3} < -\frac{6}{3}$ أو $\frac{3h}{3} \geq \frac{6}{3}$

$h < -2$ أو $h \geq 2$

$S = S_1 \cup S_2 = \{h : h > -2\} \cup \{h : h \geq 2\}$



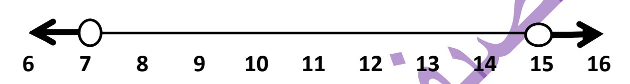
21) $\frac{y}{2} < 3\frac{1}{2}$ أو $\frac{y}{2} > 7\frac{1}{2}$

$\frac{y}{2} < \frac{7}{2}$ أو $\frac{y}{2} > \frac{15}{2}$

$\frac{y}{2} \times 2 < \frac{7}{2} \times 2$ أو $\frac{y}{2} \times 2 > \frac{15}{2} \times 2$

$y < 7$ أو $y > 15$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 7\} \cup \{y : y > 15\}$

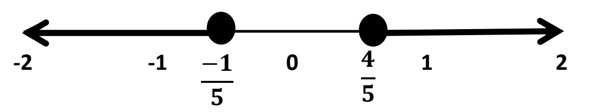


22) $5x \leq -1$ أو $5x \geq 4$

$\frac{5x}{5} \leq \frac{-1}{5}$ أو $\frac{5x}{5} \geq \frac{4}{5}$

$x \leq \frac{-1}{5}$ أو $x \geq \frac{4}{5}$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \leq \frac{-1}{5}\} \cup \{x : x \geq \frac{4}{5}\}$



اكتب المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث في المثلث إذا كان طولا ضلعي المثلث معلومين:

23) 3cm , 10cm

الحل: نفرض طول الضلع الثالث x

$$\begin{matrix} A & B & C \\ 3 & 10 & x \end{matrix}$$

$A + B > C \Rightarrow 3 + 10 > x \Rightarrow 13 > x$

$A + C > B \Rightarrow 3 + x > 10 \Rightarrow x > 10 - 3$

$x > 7$

$B + C > A \Rightarrow 10 + x > 3 \Rightarrow x > 3 - 10$

$x > -7$ يهمل

المتباينة المركبة : $7 < x < 13$

24) 6cm , 4cm

الحل: نفرض طول الضلع الثالث x

$$\begin{matrix} A & B & C \\ 6 & 4 & x \end{matrix}$$

$A + B > C \Rightarrow 6 + 4 > x \Rightarrow 10 > x$

$A + C > B \Rightarrow 6 + x > 4 \Rightarrow x > 4 - 6$

$x > -2$ يهمل

$B + C > A \Rightarrow 4 + x > 6 \Rightarrow x > 6 - 4$

$x > 2$

المتباينة المركبة : $2 < x < 10$

25) 1cm , 3cm

الحل: نفرض طول الضلع الثالث x

$$\begin{matrix} A & B & C \\ 1 & 3 & x \end{matrix}$$

$A + B > C \Rightarrow 1 + 3 > x \Rightarrow 4 > x$

$A + C > B \Rightarrow 1 + x > 3 \Rightarrow x > 3 - 1$

$x > 2$

$B + C > A \Rightarrow 3 + x > 1 \Rightarrow x > 1 - 3$

$x > -2$ يهمل

المتباينة المركبة : $2 < x < 4$

تدرب وحل مسائل حياتية

26) صوت: أذن الانسان يمكن أن تسمع الأصوات التي لا يقل ترددها عن 20 هرتزاً ولا يزيد على 20000 هرتز. اكتب متباينة مركبة تمثل الترددات التي لا تسمعها أذن الأنسان ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد.

الحل: نفرض التردد x

الترددات التي تسمعها أذن الأنسان:

$20 \leq x \leq 20000$

الترددات التي لا تسمعها أذن الأنسان:

$20000 < x < 20$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : 20000 < x\} \cup \{x : x < 20\}$

20000 < x < 20

18 19 20 20000 20001

27) إطار السيارات: ضغط الهواء المثالي الموصى به لإطارات السيارات الصالون لا يقل عن 28 Pascal (kg / ing^2) ولا يزيد على 36pascal اكتب متباينة مركبة تمثل الضغط ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد.

الحل: نفرض الضغط x

المتباينة المركبة : $28 \le x \le 36$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x:28 \le x\} \cap \{x:x \le 36\}$

$28 \le x \le 36$

27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37

28) القطار المغناطيسي: القطار المغناطيسي المعلق وهو قطار يعمل بقوة الرفع المغناطيسية وباختصار يعرف بالماجليف (Maglev) وصممت أنواع مختلفة من هذه القطارات المغناطيسية في مختلف دول العالم إذ إن سرعتها لا تقل عن 300 k/h ولا تزيد على 550 k/h اكتب متباينة تمثل سرعة القطار ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد.

الحل: نفرض سرعة القطار x

المتباينة المركبة : $300 \le x \le 550$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x:300 \le x\} \cap \{x:x \le 550\}$

$300 \le x \le 550$

0 300 550 600 900

فكر

29) تحد: اكتب متباينة مركبة تبين مدى طول الضلع الثالث في كل مثلث:

7cm , 12cm , xcm

$A \quad B \quad C$
$7 \quad 12 \quad x$

$A + B > C \Rightarrow 7 + 12 > x \Rightarrow 19 > x$

$A + C > B \Rightarrow 7 + x > 12 \Rightarrow x > 12 - 7$

$x > 5$

$B + C > A \Rightarrow 12 + x > 7 \Rightarrow x > 7 - 12$

$x > -5$

المتباينة المركبة: $5 < x < 19$

خارجي

5.3cm , 13.2cm , ycm

$A \quad B \quad C$
$5.3 \quad 13.2 \quad y$

$A + B > C \Rightarrow 5.3 + 13.2 > y \Rightarrow 18.5 > x$

$A + C > B \Rightarrow 5.3 + y > 13.3$

$y > 13.3 - 5.3 \Rightarrow y > 7.9$

$B + C > A \Rightarrow 13.2 + y > 5.3$

$y > 5.3 - 13.2 \Rightarrow y > -7.9$

المتباينة المركبة: $7.9 < y < 18.5$

30) أصحح الخطأ: قالت سوسن إن المتباينة المركبة $5 \geq x + 3$ و $-4 < x + 3$ تمثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد الآتية:

-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

بين خطأ سوسن وصححه.

$-4 < x + 3$ و $x + 3 \leq 5$

$-4 - 3 < x$ و $x \leq 5 - 3$

$-7 < x$ و $x \leq 2$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: -7 < x\} \cap \{x: x \leq 2\}$

-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

31) حس عددي: اذكر ما إذا كانت الأطوال الثلاث هي لمثلث أم لا ؟ وضح إجابتك.

خارجي

6cm , 15cm , 9cm

A	B	C
6	15	9

$A + B > C \Rightarrow 6 + 15 > 9 \Rightarrow 21 > 9$

$A + C > B \Rightarrow 6 + 9 > 15 \Rightarrow 15 > 15$

$B + C > A \Rightarrow 15 + 9 > 6 \Rightarrow 24 > 6$

الأطول الثلاث هي ليس لمثلث لان $15 > 15$ عبارة خاطئة

1) 3.2cm , 5.2cm , 6.2cm

A	B	C
3.2	5.2	6.2

$A+B > C \Rightarrow 3.2 + 5.2 > 6.2 \Rightarrow 8.4 > 6.2$

$A+C > B \Rightarrow 3.2 + 6.2 > 5.2 \Rightarrow 9.4 > 5.2$

$B+C > A \Rightarrow 5.2 + 6.2 > 3.2 \Rightarrow 11.4 > 3.2$

الاطوال الثلاث هي لمثلث لأن جميع العبارات صحيحة

2) 1cm , 1cm , $\sqrt{2}$ cm

A	B	C
1	1	$\sqrt{2}$

$A + B > C \Rightarrow 1 + 1 > \sqrt{2} \Rightarrow 2 > 1.3$

$A + C > B \Rightarrow 1 + 1.3 > 1 \Rightarrow 2.3 > 1$

$B + C > A \Rightarrow 1 + 1.3 > 1 \Rightarrow 2.3 > 1$

الاطوال الثلاث هي لمثلث لأن جميع العبارات صحيحة

أكتب متباينة مركبة التي تمثل درجة الحرارة الصغرى 18^o ودرجة الحرارة العظمى 27^o

الحل:

نفرض درجة الحرارة x

المتباينة المركبة: $18^o < x < 27^o$

متباينات القيمة المطلقة

متباينات القيمة المطلقة التي على صورة

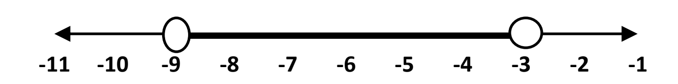
$|g(x)| < a$, $|g(x)| \leq a$ حيث $a \in R$

مثال1 حل متباينات القيمة المطلقة، ومثل الحل على مستقيم الأعداد.

1) $| x + 6| < 3$

$-3 < x + 6 < 3 \Rightarrow -3 -6 < x + 6 -6 < 3 -6$

$-9 < x < -3$



2) $| y | - 5 \leq 1$

$| y | - 5 \leq 1 \Rightarrow | y | \leq 1 + 5 \Rightarrow | y | \leq 6$

$-6 \leq y \leq 6$



متباينات القيمة المطلقة التي على صورة

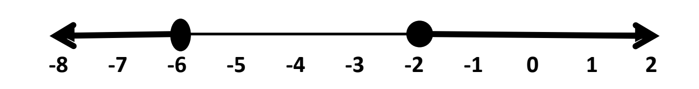
$|g(x)| > a$, $|g(x)| \geq a$ حيث $a \in R$

مثال2 حل متباينة القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

1) $| x + 4 | > 2$

$| x + 4 | > 2 \Rightarrow -2 > x + 4 > 2$

$-2 -4 > x +4-4 > 2-4 \Rightarrow -6 > x > -2$

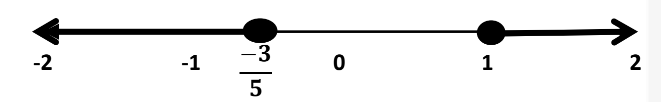


2) $| 5y – 1 | \geq 4$

$| 5y – 1 | \geq 4 \Rightarrow -4 \geq 5y – 1 \geq 4$

$-4 +1 \geq 5y -1 +1 \geq 4 +1$

$-3 \geq 5y \geq 5 \Rightarrow \frac{-3}{5} \geq y \geq 1$



مثال3 جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية:

1) $|2x-5|+3<11$

$|2x-5|<11-3 \Rightarrow |2x-5|<8$

$-8<2x-5<8 \Rightarrow -8+5<2x-5+5<8+5$

$-3<2x<13 \Rightarrow \frac{-3}{2}<x<\frac{13}{2}$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: \frac{-3}{2}<x\} \cap \{x: x<\frac{13}{2}\}$

2) $|7-y|<8$

$-8<7-y<8 \Rightarrow -8-7<-7+7-y<8-7$

$-15<-y<1 \Rightarrow 15>y>-1$

$S = S_1 \cap S_2 = \{y: 15 > y\} \cap \{y: y>-1\}$

3) $|\frac{2t-8}{4}| \geq 9$

$-9 \geq \frac{2t-8}{4} \geq 9$

$-9\times4 \geq \frac{2t-8}{4}\times 4 \geq 9\times4$

$-36 \geq 2t-8 \geq 36$

$-36+8 \geq 2t-8+8 \geq 36+8$

$-28 \geq 2t \geq 44$

$\frac{-28}{2} \geq t \geq \frac{44}{2} \Rightarrow -14 \geq t \geq 22$

$S = S_1 \cup S_2 = \{t: -14 \geq t\} \cup \{t: t \geq 22\}$

4) $|\frac{5-3V}{2}| \geq 6$

$-6 \geq \frac{5-3V}{2} \geq 6$

$-6\times2 \geq \frac{5-3V}{2}\times 2 \geq 6\times2$

$-12 \geq 5-3V \geq 12$

$-12-5 \geq -5+5-3V \geq 12-5$

$-17 \geq -3V \geq 7$

$\frac{-17}{-3} \leq V \leq \frac{7}{-3} \Rightarrow \frac{17}{3} \leq V \leq \frac{7}{-3}$

$S = S_1 \cup S_2 = \{V: \frac{17}{3} \leq V\} \cup \{V: V \leq \frac{7}{-3}\}$



تأكد من فهمك

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل التالية:

1) تعد درجة الحرارة المثلى داخل الشقق 22^0 سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 2^0 سيليزية.

الحل: نفرض درجة الحرارة x

$x \geq 22 - 2$ و $x \leq 22 + 2$

$x - 22 \geq -2$ و $x - 22 \leq 2$

$| x - 22 | \leq 2$

2) الزاوية القائمة تتحول الى زاوية حادة أو منفرجة إذا تحرك مؤشر الزاوية إلى اليمين أو اليسار في الأقل بدرجة واحدة.

الحل: نفرض الزاوية x

$x \geq 90 - 1$ و $x \leq 90 + 1$

$x - 90 \geq -1$ و $x - 90 \leq 1$

$| x - 90 | \leq 1$

حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد.

3) $| x + 1 | < 5$

$-5 < x + 1 < 5 \Rightarrow -5 -1 < x +1-1 < 5 -1$

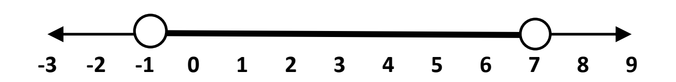
$-6 < x < 4$

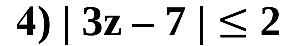


خارجي $| y - 3 | \leq 4$

$-4 \leq y - 3 \leq 4 \Rightarrow -4+3 \leq y-3+3 \leq 4+3$

$-1 \leq y \leq 7$



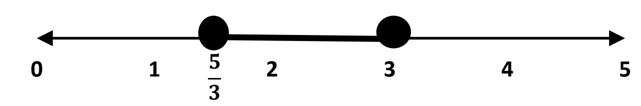


4) $| 3z - 7 | \leq 2$

$-2 \leq 3z - 7 | \leq 2$

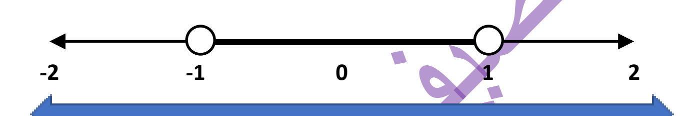
$-2 +7 \leq 3z -7 +7 \leq 2 +7$

$5 \leq 3z \leq 9 \Rightarrow \frac{5}{3} \leq z \leq 3$



5) $| x | + 8 < 9$

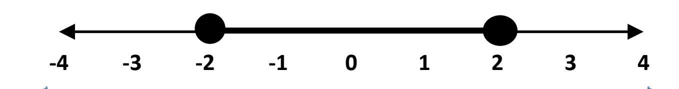
$| x | < 9 -8 \Rightarrow | x | < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$



6) $| 5y | -2 \leq 8$

$| 5y | \leq 8 +2 \Rightarrow | 5y | \leq 10$

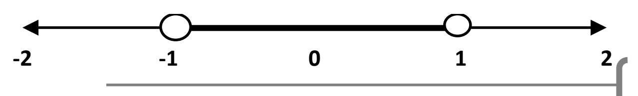
$-10 \leq 5y \leq 10 \Rightarrow \quad -2 \leq y \leq 2$



خارجي $| 6z | + 4 < 10$

$| 6z | < 10 - 4 \Rightarrow | 6z | < 6$

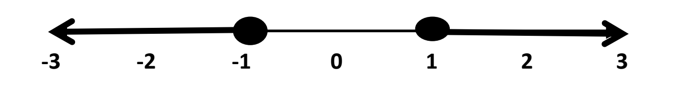
$-6 < 6z < 6 \Rightarrow -1 < z < 1$



خارجي $| 8z | + 3 \geq 11$

$| 8z | \geq 11 - 3 \Longrightarrow | 8z | \geq 8$

$-8 \geq 8z \geq 8 \Longrightarrow -1 \geq z \geq 1$

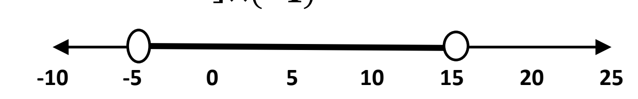


11) $| 5 - x | < 10$

$-10 < 5 - x < 10$

$-10 - 5 < 5 - x - 5 < 10 - 5$

$-15 < -x < 5]_{\times(-1)} \Longrightarrow 15 > x > -5$



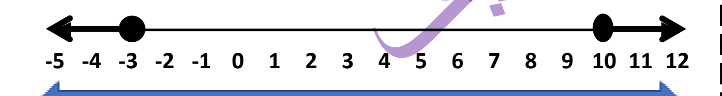
خارجي $| 7 - 2y | \geq 13$

$-13 \geq 7 - 2y \geq 13$

$-13 - 7 \geq 7 - 2y - 7 \geq 13 - 7$

$-20 \geq -2y \geq 6]_{\div(-2)}$

$\frac{-20}{-2} \leq \frac{-2y}{-2} \leq \frac{6}{-2} \Longrightarrow 10 \leq y \leq -3$



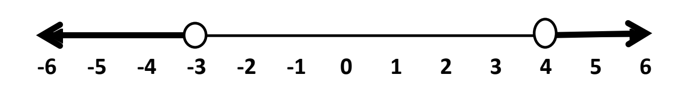
12) $| 4z - 14 | > 2$

$-2 > 4z - 14 > 2$

$-2 + 14 > 4z - 14 + 14 > 2 + 14$

$-12 > 4z > 16 \Longrightarrow \frac{-12}{4} > \frac{4z}{4} > \frac{16}{4}$

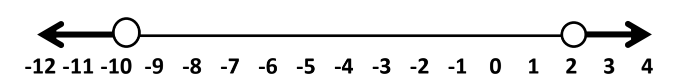
$-3 > z > 4$



7) $| x + 4 | > 6$

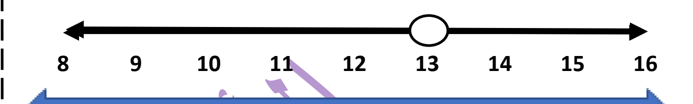
$-6 > x + 4 > 6$

$-6 - 4 > x + 4 - 4 > 6 - 4 \Longrightarrow -10 > x > 2$



خارجي $| y - 13 | > 0$

$0 > y - 13 > 0 \Longrightarrow 13 > y > 13$

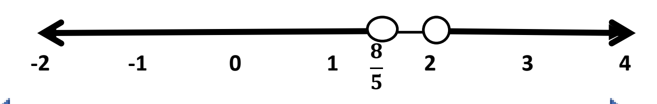


8) $| 5z - 9 | > 1$

$-1 > 5z - 9 > 1$

$-1 + 9 > 5z - 9 + 9 > 1 + 9$

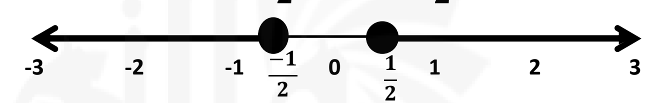
$8 > 5z > 10 \Longrightarrow \frac{8}{5} > z > 2$



9) $| 2x | + 7 \geq 8$

$| 2x | \geq 8 - 7 \Longrightarrow | 2x | \geq 1$

$-1 \geq 2x \geq 1 \Longrightarrow \frac{-1}{2} \geq x \geq \frac{1}{2}$



10) $| 4y | - 2 > 3$

$| 4y | > 3 + 2 \Longrightarrow | 4y | > 5$

$-5 > 4y > 5 \Longrightarrow \frac{-5}{4} > y > \frac{5}{4}$

13) $\left| \frac{x-12}{4} \right| \leq 9$

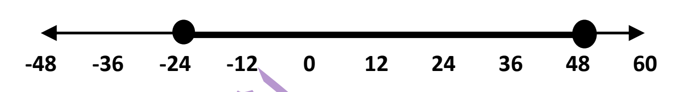
$-9 \leq \frac{x-12}{4} \leq 9$

$-9\times4 \leq \frac{x-12}{4} \times4 \leq 9\times4$

$-36 \leq x - 12 \leq 36$

$-36 + 12 \leq x - 12 + 12 \leq 36 + 12$

$-24 \leq x \leq 48$



14) $\left| \frac{6-2y}{4} \right| \geq 9$

$-9 \geq \frac{6-2y}{4} \geq 9$

$-9\times4 \geq \frac{6-2y}{4} \times4 \geq 9\times4$

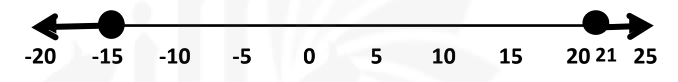
$-36 \geq 6 - 2y \geq 36$

$-36 - 6 \geq 6 - 2y - 6 \geq 36 - 6$

$-42 \geq -2y \geq 30$

$\frac{-42}{-2} \leq \frac{-2y}{-2} \leq \frac{30}{-2}$

$21 \leq y \leq -15$



خارجي $\left| \frac{z-1}{4} \right| \leq 3$

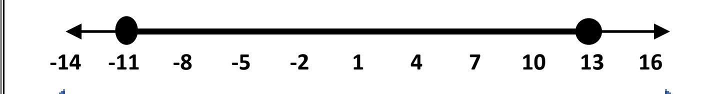
$-3 \leq \frac{z-1}{4} \leq 3$

$-3\times4 \leq \frac{z-1}{4} \times 4 \leq 3\times4$

$-12 \leq z - 1 \leq 12$

$-12 + 1 \leq z - 1 + 1 \leq 12 + 1$

$-11 \leq z \leq 13$



تدرب وحل التمرينات

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل الآتية:

15) يجب أن تبقى درجة الحرارة داخل الثلاجة 8^0 سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 0.5^0 سيليزية اكتب مدى درجة الحرارة المثالية في داخل الثلاجة.

الحل: نفرض درجة الحرارة المثالية x

$x \geq 8 - 0.5$ و $x \leq 8 + 0.5$

$x - 8 \geq -0.5$ و $x - 8 \leq 0.5$

$|x - 8| \leq 0.5$

16) درجة غليان الماء 100^0 سيليزية عند مستوى سطح البحر وتزداد وتنقص في المناطق الجبلية والوديان بما لا يتجاوز 20^0 سيليزية اكتب مدى التذبذب في درجة غليان الماء.

الحل: نفرض درجة غليان الماء x

$x \geq 100 - 20$ و $x \leq 100 + 20$

$x - 100 \geq -20$ و $x - 100 \leq 20$

$|x - 100| \leq 20$

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

17) $| x + 3 | < 6$

$-6 < x + 3 < 6$

$-6 - 3 < x + 3 - 3 < 6 - 3 \Rightarrow -9 < x < 3$

خارجي $| z - 5 | \leq 2$

$-2 \leq z - 5 \leq 2$

$-2 + 5 \leq z - 5 + 5 \leq 2 + 5 \Rightarrow 3 \leq z \leq 7$

18) $| x | - 6 < 5$

$| x | < 5 + 6 \Rightarrow | x | < 11 \Rightarrow -11 < x < 11$

19) $| 2z | - 5 < 2$

$| 2z | < 2 + 5 \Rightarrow | 2z | < 7 \Rightarrow -7 < 2z < 7$

$\frac{-7}{2} < z < \frac{7}{2}$

خارجي $| x + 3 | > \frac{1}{3}$

$\frac{-1}{3} > x + 3 > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-1}{3} - 3 > x + 3 - 3 > \frac{1}{3} - 3$

$\frac{-10}{3} > x > \frac{-8}{3}$

20) $| y - 3 | \geq \frac{1}{3}$

$\frac{-1}{3} \geq y - 3 \geq \frac{1}{3}$

$\frac{-1}{3} + 3 \geq y - 3 + 3 \geq \frac{1}{3} + 3 \Rightarrow \frac{8}{3} \geq y \geq \frac{10}{3}$

خارجي $| 7x + 7 | > 0$

$0 > 7x + 7 > 0 \Rightarrow -7 > 7x + 7 - 7 > -7$

$-7 > 7x > -7 \Rightarrow -1 > x > -1$

21) $2| x | - 7 \geq 1$

$2| x | \geq 1 + 7 \Rightarrow 2| x | \geq 8]_{\div 2} \Rightarrow | x | \geq 4$

$-4 \geq x \geq 4$

22) $| 9y | - 6 > 3$

$| 9y | > 3 + 6 \Rightarrow | 9y | > 9$

$-9 > 9y > 9]_{\div 9} \Rightarrow -1 > y > 1$

23) $| 11z | - 2 \geq 9$

$| 11z | \geq 9 + 2 \Rightarrow | 11z | \geq 11$

$-11 \geq 11z \geq 11]_{\div 11} \Rightarrow -1 \geq z \geq 1$

24) $| 1 - x | < 1$

$-1 < 1 - x < 1 \Rightarrow -1 - 1 < 1 - x - 1 < 1 - 1$

$-2 < -x < 0]_{\times(-1)} \Rightarrow 2 > x > 0$

خارجي $| 4 - 2y | \geq 11$

$-11 \geq 4 - 2y \geq 11$

$-11 - 4 \geq 4 - 2y - 4 \geq 11 - 4$

$-15 \geq -2y \geq 7]_{\div(-2)} \Rightarrow \frac{-15}{-2} \leq y \leq \frac{7}{-2}$

$\frac{15}{2} \leq y \leq \frac{7}{-2}$

25) $\left| \frac{4}{5} z - 1 \right| > \frac{4}{5}$

$\frac{-4}{5} > \frac{4}{5} z - 1 > \frac{4}{5}$

$\frac{-4}{5} + 1 > \frac{4}{5} z - 1 + 1 > \frac{4}{5} + 1$

$\frac{1}{5} > \frac{4}{5} z > \frac{9}{5} \,]_{\times \frac{5}{4}}$

$\frac{1}{5} \times \frac{5}{4} > \frac{4}{5} z \times \frac{5}{4} > \frac{9}{5} \times \frac{5}{4}$

$\frac{1}{4} > z > \frac{9}{4}$

خارجي $\left| \frac{8-2y}{4} \right| \geq 3$

$-3 \geq \frac{8-2y}{4} \geq 3 \,]_{\times 4}$

$-3 \times 4 \geq \frac{8-2y}{4} \times 4 \geq 3 \times 4$

$-12 \geq 8 - 2y \geq 12$

$-12 - 8 \geq 8 - 2y - 8 \geq 12 - 8$

$-20 \geq -2y \geq 4 \,]_{\div(-2)}$

$\frac{-20}{-2} \leq y \leq \frac{4}{-2} \Longrightarrow 10 \leq y \leq -2$

---

26) $\left| \frac{z-1}{7} \right| \leq 2$

$-2 \leq \frac{z-1}{7} \leq 2 \,]_{\times 7}$

$-2 \times 7 \leq \frac{z-1}{7} \times 7 \leq 2 \times 7$

$-14 \leq z - 1 \leq 14$

$-14 + 1 \leq z - 1 + 1 \leq 14 + 1$

$-13 \leq z \leq 15$

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

27) -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3

$-6 < x < 2$

معدل القيمتين $= \frac{-6+2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

نطرح (-2) من جميع حدود المتباينة

$-6 - (-2) < x - (-2) < 2 - (-2)$

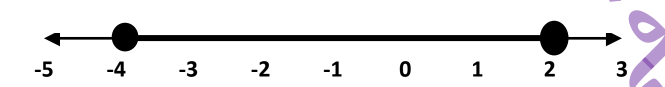
$-6 + 2 < x + 2 < 2 + 2$

$-4 < x + 2 < 4$

$| x + 2 | < 4$

---

28)



$-4 \leq x \leq 2$

معدل القيمتين $= \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

نطرح (-1) من جميع حدود المتباينة

$-4 - (-1) \leq x - (-1) \leq 2 - (-1)$

$-4 + 1 \leq x + 1 \leq 2 + 1$

$-3 \leq x + 1 \leq 3$

$| x + 1 | \leq 3$

29)



$4 < x < -2$

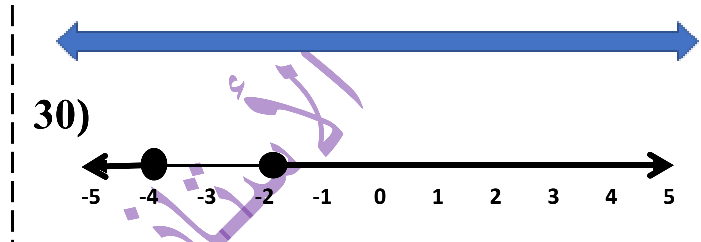
معدل القيمتين = $\frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$

نطرح (1) من جميع حدود المتباينة

$4 - 1 < x - 1 < -2 - 1$

$3 < x - 1 < -3 \Longrightarrow | x - 1 | > 3$

30)



$-2 \le x \le -4$

معدل القيمتين = $\frac{-2+(-4)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

نطرح (-3) من جميع حدود المتباينة

$-2 - (-3) \le x - (-3) \le -4 - (-3)$

$-2 + 3 \le x + 3 \le -4 + 3$

$1 \le x + 3 \le -1$

$| x + 3 | \ge 1$

تدرب وحل مسائل حياتية

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل كل مسألة مما يأتي:

31) الغرير: حيوان الغرير هو احد أنواع الثديات ينتمي الى شعبة الحبليات ويمتلك قوائم قصيرة نوعاً ما ويعيش في الحفر التي يحفرها في الأرض طول جسمه من الرأس الى الذيل يصل من 68cm الى 76cm اكتب مدى طول الغرير.

الحل: نفرض طول الغرير x

$68 < x < 76$

معدل القيمتين = $\frac{68+76}{2} = \frac{144}{2} = 72$

نطرح (72) من جميع حدود المتباينة

$68 - 72 < x - 72 < 76 - 72$

$-4 < x - 72 < 4$

$| x - 72 | < 4$

32) صحة: معدل النبض (عدد دقات القلب) الطبيعي للإنسان البالغ يتراوح من 60 الى 90 نبضه في الدقيقة اكتب مدى عدد الدقات غير الطبيعية لقلب الإنسان.

نفرض عدد دقات غير الطبيعية لقلب الإنسان x

$90 < x < 60$

معدل القيمتين = $\frac{90+60}{2} = \frac{150}{2} = 75$

نطرح (75) من جميع حدود المتباينة

$90 - 75 < x - 75 < 60 - 75$

$15 < x - 75 < -15$

$| x - 75 | > 15$

33) مواصلات: تطير الطائرات المدنية على ارتفاع يتراوح من 8km الى 10km إذ تعد منطقة جوية معتدلة اكتب مدى منطقة الطيران المدنية.

الحل: نفرض مدى منطقة الطيران المدنية x

$8 < x < 10$

معدل القيمتين $= \frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$

نطرح (9) من جميع حدود المتباينة

$8 - 9 < x - 9 < 10 - 9$

$-1 < x - 9 < 1$

$| x - 9 | < 1$

فكر

34) تحد: حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد.

1) $\left| \frac{\sqrt{3}\,(x+1)}{\sqrt{2}} \right| \leq \sqrt{6}$

$-\sqrt{6} \leq \frac{\sqrt{3}\,(x+1)}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{6} \;]_{\times\sqrt{2}}$

$-\sqrt{6} \times \sqrt{2} \leq \frac{\sqrt{3}\,(x+1)}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \leq \sqrt{6} \times \sqrt{2}$

$-\sqrt{12} \leq \sqrt{3}\,(x+1) \leq \sqrt{12}$

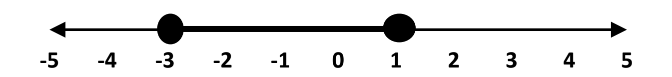
2	12
2	6
3	3
	1

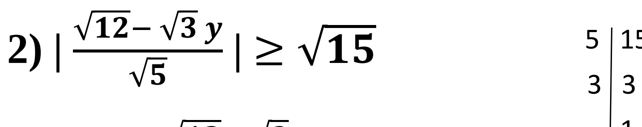
$-2\sqrt{3} \leq \sqrt{3}\,x + \sqrt{3} \leq 2\sqrt{3}$

$-2\sqrt{3} - \sqrt{3} \leq \sqrt{3}\,x + \sqrt{3} - \sqrt{3} \leq 2\sqrt{3} - \sqrt{3}$

$-3\sqrt{3} \leq \sqrt{3}\,x \leq \sqrt{3} \;]_{\div\sqrt{3}}$

$\frac{-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \leq \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{3}} \leq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow -3 \leq x \leq 1$





2) $\left| \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \right| \geq \sqrt{15}$

5	15
3	3
	1

$-\sqrt{15} \geq \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \geq \sqrt{15}$

$-\sqrt{5}\,\sqrt{3} \geq \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \geq \sqrt{5}\,\sqrt{3} \;]_{\times\sqrt{5}}$

$-\sqrt{5}\,\sqrt{3} \times \sqrt{5} \geq \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}\,y}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} \geq \sqrt{5}\,\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

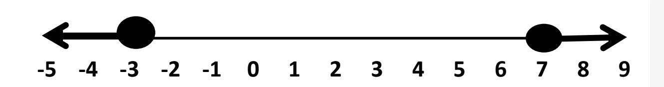
$-5\sqrt{3} \geq 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\,y \geq 5\sqrt{3}$

$-5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \geq 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\,y - 2\sqrt{3} \geq 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$-7\sqrt{3} \geq -\sqrt{3}\,y \geq 3\sqrt{3} \;]_{\div(-\sqrt{3})}$

$\frac{-7\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} \leq \frac{-\sqrt{3}\,y}{-\sqrt{3}} \leq \frac{3\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}$

$7 \leq y \leq -3$



35) اصحح الخطأ: قالت خلود إن متباينة القيمة المطلقة $|6 - 3y| \geq 7$ تمثل متباينة مركبة بعلاقة (و) ومجموعة الحل لها: $\{y: -\frac{1}{3} \leq y \leq \frac{13}{2}\}$ بين خطأ خلود وصححه.

الحل:

$|6 - 3y| \geq 7 \Rightarrow -7 \geq 6 - 3y \geq 7$

$-7 -6 \geq 6 - 3y -6 \geq 7 - 6$

$-13 \geq -3y \geq 1 \;]_{\div(-3)}$

$\frac{-13}{-3} \leq y \leq \frac{1}{-3} \Rightarrow \frac{13}{3} \leq y \leq \frac{1}{-3}$

$S = \{y: \frac{13}{3} \leq y \leq \frac{1}{-3}\}$

36) حس عددي: اكتب مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية في مجموعة الأعداد الحقيقية:

1) $|z| - 1 < 0$

$|z| < 1 \Rightarrow -1 < z < 1 \Rightarrow S = S_1 \cap S_2$

$S = \{z: -1 > z\} \cap \{z: z < 1\}$

خارجي $|y| > 0$

$0 > y > 0 \Rightarrow S = S_1 \cup S_2$

$S = \{y: 0 > y\} \cup \{y: y > 0\}$

2) $|x - 1| > 0$

$0 > x - 1 > 0 \Rightarrow 1 > x > 1$

$S = S_1 \cap S_2$

$S = \{x: 1 > x\} \cap \{x: x > 1\}$

اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل موقفاً من واقع الحياة ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

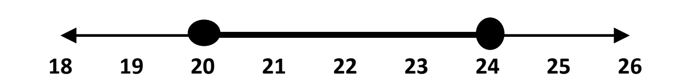
تعد درجة الحرارة المثلى داخل الشقق 22^0 سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 2^0 سيليزية.

نفرض درجة الحرارة x

$|x - 22| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x - 22 \leq 2$

$-2 +22 \leq x -22+22 \leq 2 +22$

$20 \leq x \leq 24$





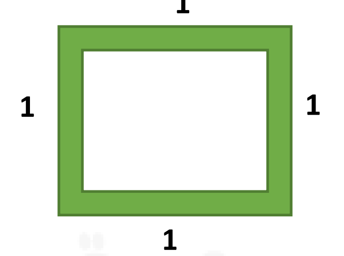
الفصل الثاني / المقادير الجبرية

ضرب المقادير الجبرية

ضرب مقدارين جبريين كل منهما من حدين

مثال1 حوطت حديقة منزلية مربعة الشكل طول ضلعها h متر بممر عرضه 1 متر. جد مساحة الممر المحيط بالحديقة المربعة الشكل.

الحل:



طول ضلع الحديقة = h

طول ضلع الحديقة مع الممر = h + 2

مساحة الحديقة = A_1

$A_1 = h \times h = h^2$

مساحة الحديقة مع الممر = A_2

$A_2 = (h+2)(h+2) = (h+2)^2 = h^2 + 4h + 4$

مساحة الممر = $A_2 - A_1 = \cancel{h^2} + 4h + 4 - \cancel{h^2}$

$= 4h + 4$

مثال2 جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

1) $(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$

$= x^2 + xy + yx + y^2$

$= x^2 + 2xy + y^2$

2) $(x - y)^2 = (x - y)(x - y)$

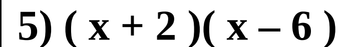
$= x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$

3) $(x + y)(x - y)$

$= x^2 \cancel{- xy} \cancel{+ yx} - y^2 = x^2 - y^2$

4) $(x + 3)(x + 5)$

$= x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$



5) $(x + 2)(x - 6)$

$= x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$

6) $(x - 1)(x - 4)$

$= x^2 - 4x - x + 4 = x^2 - 5x + 4$

مثال3 جد ناتج ضرب المقادير الجبري الآتية:

1) $(z + 3)^2 = z^2 + 6z + 9$

او طريقة أخرى للحل

$(z + 3)^2 = (z + 3)(z + 3) = z^2 + 6z + 9$

2) $(h - 5)^2 = h^2 - 10h + 25$

3) $(2x - 7)(2x + 7) = 4x^2 - 49$

4) $(3y + 1)(y + 2)$

$= 3y^2 + 6y + y + 2 = 3y^2 + 7y + 2$

5) $(V + \sqrt{2})(V - \sqrt{2}) = V^2 - 2$

6) $(n - \sqrt{3})(5n - \sqrt{3})$

$= 5n^2 - \sqrt{3}\,n - 5\sqrt{3}\,n - 3$

$= 5n^2 - 6\sqrt{3}\,n - 3$

ضرب مقدار جبري من حدين في آخر من ثلاثة حدود

مثال4 جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

1) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

$x^3 - 2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x + 8$

$x^3 + 8$

2) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$

$y^3 + 3y^2 + 9y - 3y^2 - 9y - 27$

$y^3 - 27$

3) $(y + 2)^3$

$(y + 2)(y + 2)^2 = (y + 2)(y^2 + 4y + 4)$

$= y^3 + 4y^2 + 4y + 2y^2 + 8y + 8$

$= y^3 + 6y^2 + 12y + 8$

4) $(z - 3)^3$

$= (z - 3)(z - 3)^2 = (z - 3)(z^2 - 6z + 9)$

$= z^3 - 6z^2 + 9z - 3z^2 + 18z - 27$

$= z^3 - 9z^2 + 27z - 27$

مثال5 جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

1) $(2v + 5)(4V^2 - 10v + 25)$

$= 8v^3 - 20v^2 + 50v + 20v^2 - 50v + 125$

$= 8v^3 + 125$

2) $(\frac{1}{3} - z)(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}z + z^2)$

$= \frac{1}{27} + \frac{1}{9}z + \frac{1}{3}z^2 - \frac{1}{9}z - \frac{1}{3}z^2 - z^3$

$= \frac{1}{27} - z^3$

3) $(x - \sqrt[3]{2})(x^2 + \sqrt[3]{2}\,x + \sqrt[3]{4})$

$x^3 + \sqrt[3]{2}\,x^2 + \sqrt[3]{4}\,x - \sqrt[3]{2}\,x^2 - \sqrt[3]{4}\,x - \sqrt[3]{8}$

$= x^3 - \sqrt[3]{8} = x^3 - 2$

4) $(\sqrt[3]{\frac{3}{5}} + v)(\sqrt[3]{\frac{9}{25}} - \sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v + v^2)$

$= \sqrt[3]{\frac{27}{125}} - \sqrt[3]{\frac{9}{25}}\,v + \sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v^2 + \sqrt[3]{\frac{9}{25}}\,v - \sqrt[3]{\frac{3}{5}}\,v^2 + v^3$

$= \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} + v^3 = \frac{3}{5} + v^3$

5) $(x + \frac{1}{2})^3$

$= (x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})^2 = (x + \frac{1}{2})(x^2 + x + \frac{1}{4})$

$= x^3 + x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$

$= x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$

6) $(y - 5)^3$

$= (y - 5)(y - 5)^2 = (y - 5)(y^2 - 10y + 25)$

$= y^3 - 10y^2 + 25y - 5y^2 + 50y - 125$

$= y^3 - 15y^2 + 75y - 125$

تأكد من فهمك

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

خارجي $(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$

$= x^2 + x + x + 1 = x^2 + 2x + 1$

خارجي $(y - 7)^2 = (y - 7)(y - 7)$

$= y^2 - 7y - 7y + 49 = y^2 - 14y + 49$

1) $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3x + 3x - 9$

$= x^2 - 9x$

خارجي $(v + \sqrt{3})^2 = (v + \sqrt{3})(v + \sqrt{3})$

$= v^2 + \sqrt{3}\,v + \sqrt{3}\,v + 3$

$= v^2 + 2\sqrt{3}\,v + 3$

2) $(\sqrt{7} - h)^2 = (\sqrt{7} - h)(\sqrt{7} - h)$

$= 7 - \sqrt{7}\,h - \sqrt{7}\,h + h^2$

$= 7 - 2\sqrt{7}\,h + h^2$

3) $(z + \sqrt{5})(z - \sqrt{5})$

$= z^2 - \sqrt{5}\,z + \sqrt{5}\,z - 5 = z^2 - 5$

4) $(v + 5)(v + 1)$

$= v^2 + v + 5v + 5 = v^2 + 6v + 5$

خارجي $(x - 1)(x - 4)$

$= x^2 - 4x - x + 4 = x^2 - 5x + 4$

5) $(x - 3)(x - 2)$

$= x^2 - 2x - 3x + 6 = x^2 - 5x + 6$

6) $(3x - 4)(x + 5)$

$= 3x^2 + 15x - 4x - 20 = 3x^2 + 11x - 20$

7) $(\frac{1}{3}y + 3)(\frac{1}{3}y + 2)$

$= \frac{1}{9}y^2 + \frac{2}{3}y + y + 6 = \frac{1}{9}y^2 + \frac{5}{3}y + 6$

خارجي $(h - \sqrt{3})(3h - \sqrt{3})$

$= 3h^2 - \sqrt{3}\,h - 3\sqrt{3}\,h + 3$

$= 3h^2 - 4\sqrt{3}\,h + 3$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

8) $(y + 2)(y^2 - 2y + 4)$

$= y^3 - 2y^2 + 4y + 2y^2 - 4y + 8$

$= y^3 + 8$

خارجي $(h - 5)(h^2 + 5h + 25)$

$= h^3 + 5h^2 + 25h - 5h^2 - 25h - 125$

$= h^3 - 125$

9) $(2z + 4)(4z^2 - 8z + 16)$

$= 8z^3 - 16z^2 + 32z + 16z^2 - 32z + 64$

$= 8z^3 + 64$

خارجي $(\frac{1}{5} - x)(\frac{1}{25} + \frac{1}{5}x + x^2)$

$= \frac{1}{125} + \frac{1}{25}x + \frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{25}x - \frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{5}x^3$

$= \frac{1}{125} - \frac{1}{5}x^3$

10) $(v - \sqrt[3]{3})(v^2 + \sqrt[3]{3}\,v + \sqrt[3]{9})$

$= v^3 + \sqrt[3]{3}\,v^2 + \sqrt[3]{9}\,v - \sqrt[3]{3}\,v^2 - \sqrt[3]{9}\,v - 3$

$= v^3 - 3$

خارجي $(v - \sqrt{3})^3 = (v - \sqrt{3})(v - \sqrt{3})^2$

$= (v - \sqrt{3})(v^2 - 2\sqrt{3}v + 3)$

$= v^3 - 2\sqrt{3}v^2 + 3v - \sqrt{3}v^2 + 2(3)v - 3\sqrt{3}$

$= v^3 - 3\sqrt{3}v^2 + 9v - 3\sqrt{3}$

تدرب وحل التمرينات

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

خارجي $(v + 7)^2 = (v + 7)(v + 7)$

$= v^2 + 7v + 7v + 49 = v^2 + 14v + 49$

14) $(n - 6)^2 = (n - 6)(n - 6)$

$= n^2 - 6n - 6n + 36 = n^2 - 12n + 36$

15) $(y + 5)(y - 5)$

$= y^2 - 5y + 5y - 25 = y^2 - 25$

16) $(x + \sqrt{8})^2 = (x + \sqrt{8})(x + \sqrt{8})$

$= x^2 + \sqrt{8}x + \sqrt{8}x + 8$

$= x^2 + 2\sqrt{8}x + 8$

11) $\left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}} + m\right)\left(\sqrt[3]{\frac{4}{49}} - \sqrt[3]{\frac{2}{7}}m + m^2\right)$

$= \sqrt[3]{\frac{8}{343}} - \sqrt[3]{\frac{4}{49}}m + \sqrt[3]{\frac{2}{7}}m^2 + \sqrt[3]{\frac{4}{49}}m - \sqrt[3]{\frac{2}{7}}m^2 + m^3$

$= \frac{2}{7} + m^3$

12) $(x + 5)^3 = (x + 5)(x + 5)^2$

$= (x + 5)(x^2 + 10x + 25)$

$= x^3 + 10x^2 + 25x + 5x^2 + 50x + 125$

$= x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

13) $(y - 4)^3 = (y - 4)(y - 4)^2$

$= (y - 4)(y^2 - 8y + 16)$

$= y^3 - 8y^2 + 16y - 4y^2 + 32y - 64$

$= y^3 - 12y^2 + 48y - 64$

خارجي $(h + \frac{1}{3})^3 = (h + \frac{1}{3})(h + \frac{1}{3})^2$

$= (h + \frac{1}{3})(h^2 + \frac{2}{3}h + \frac{1}{9})$

$= h^3 + \frac{2}{3}h^2 + \frac{1}{9}h + \frac{1}{3}h^2 + \frac{2}{9}h + \frac{1}{27}$

$= h^3 + \frac{3}{3}h^2 + \frac{3}{9}h + \frac{1}{27}$

$= h^3 + h^2 + \frac{1}{3}h + \frac{1}{27}$

خارجي $(\sqrt{12} - z)^2 = (\sqrt{12} - z)(\sqrt{12} - z)$

$= 12 - \sqrt{12}\,z - \sqrt{12}\,z + z^2$

$= 12 - 2\sqrt{12}\,z + z^2$

17) $(y + \sqrt{6})(y - \sqrt{6})$

$= y^2 - \sqrt{6}\,y + \sqrt{6}\,y - 6$

$= y^2 - 6$

18) $(8 + h)(3 + h)$

$= 24 + 8h + 3h + h^2 = 24 + 11h + h^2$

19) $(4 - y)(5 - y)$

$= 20 - 4y - 5y + y^2 = 20 - 9y + y^2$

خارجي $(9 - z)(9 - z)$

$= 81 - 9z - 9z + z^2 = 81 - 18z + z^2$

20) $(2x - 3)(x + 9)$

$= 2x^2 + 18x - 3x - 27 = 2x^2 + 15x - 27$

خارجي $(\frac{1}{5}v + 5)(\frac{1}{3}v + 3)$

$= \frac{1}{15}v^2 + \frac{3}{5}v + \frac{5}{3}v + 15$

$= \frac{1}{15}v^2 + \frac{34}{15}v + 15$

21) $(z - 2\sqrt{7})(2z - \sqrt{7})$

$= 2z^2 - \sqrt{7}\,z - 4\sqrt{7}\,z + 2(7)$

$= 2z^2 - 5\sqrt{7}\,z + 14$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

22) $(x + 6)(x^2 - 6x + 36)$

$= x^3 - 6x^2 + 36x + 6x^2 - 36x + 216$

$= x^3 + 216$

23) $(y - 1)(y^2 + y + 1)$

$= y^3 + y^2 + y - y^2 - y - 1$

$= y^3 - 1$

24) $(z - 3)^3 = (z - 3)(z - 3)^2$

$= (z - 3)(z^2 - 6z + 9)$

$= z^3 - 6z^2 + 9z - 3z^2 + 18z - 27$

$= z^3 - 9z^2 + 27z - 27$

خارجي $(3v + 1)(9v^2 - 3v + 1)$

$= 27v^3 - 9v^2 + 3v + 9v^2 - 3v + 1$

$= 27v^3 + 1$

25) $(\frac{2}{3} - r)(\frac{4}{9} + \frac{2}{3}r + r^2)$

$= \frac{8}{27} + \frac{4}{9}r + \frac{2}{3}r^2 - \frac{4}{9}r - \frac{2}{3}r^2 - r^3$

$= \frac{8}{27} - r^3$

خارجي $(n - 1)^3 = (n - 1)(n - 1)^2$

$= (n - 1)(n^2 - 2n + 1)$

$= n^3 - 2n^2 + n - n^2 + 2n - 1$

$= n^3 - 3n^2 + 3n - 1$

26) $(x - \sqrt[3]{4})(x^2 + \sqrt[3]{4}\,x + \sqrt[3]{16})$

$= x^3 + \sqrt[3]{4}\,x^2 + \sqrt[3]{16}\,x - \sqrt[3]{4}\,x^2 - \sqrt[3]{16}\,x - \sqrt[3]{64}$

$= x^3 - \sqrt[3]{64} = x^3 - 4$

خارجي $(y + \frac{1}{2})^3 = (y + \frac{1}{2})(y + \frac{1}{2})^2$

$= (y + \frac{1}{2})(y^2 + y + \frac{1}{4})$

$= y^3 + y^2 + \frac{1}{4}y + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{8}$

$= y^3 + \frac{3}{2}y^2 + \frac{6}{8}y + \frac{1}{8}$

$= y^3 + \frac{3}{2}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{1}{8}$

27) $(z - \sqrt{5})^3 = (z - \sqrt{5})(z - \sqrt{5})^2$

$= (z - \sqrt{5})(z^2 - 2\sqrt{5}\,z + 5)$

$= z^3 - 2\sqrt{5}\,z^2 + 5z - \sqrt{5}\,z^2 + 2(5)z - 5\sqrt{5}$

$= z^3 - 3\sqrt{5}\,z^2 + 15z - 5\sqrt{5}$

28) $(\sqrt[3]{\frac{1}{5}} + n)(\sqrt[3]{\frac{1}{25}} - \sqrt[3]{\frac{1}{5}}\,n + n^2)$

$= \sqrt[3]{\frac{1}{125}} - \sqrt[3]{\frac{1}{25}}\,n + \sqrt[3]{\frac{1}{5}}\,n^2 + \sqrt[3]{\frac{1}{25}}\,n - \sqrt[3]{\frac{1}{5}}\,n^2 + n^3$

$= \frac{1}{5} + n^3$

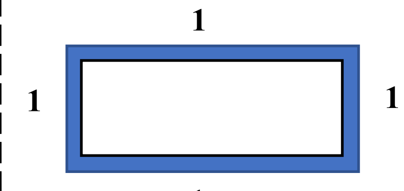
29) $(\sqrt[3]{\frac{1}{9}} + \frac{1}{h})(\sqrt[3]{\frac{1}{81}} - \sqrt[3]{\frac{1}{9}}\,\frac{1}{h} + \frac{1}{h^2})$

$= \sqrt[3]{\frac{1}{729}} - \sqrt[3]{\frac{1}{81}\,\frac{1}{h}} + \sqrt[3]{\frac{1}{9}\,\frac{1}{h^2}} + \sqrt[3]{\frac{1}{81}\,\frac{1}{h}} - \sqrt[3]{\frac{1}{9}\,\frac{1}{h^2}} + \frac{1}{h^3}$

$= \frac{1}{9} + \frac{1}{h^3}$

تدرب وحل مسائل حياتية

30) مسبح: يعد فندق بغداد أحد الفنادق السياحية المهمة في العاصمة العراقية بغداد يبلغ طول المسبح فيه $(x + 9)$ أمتار وعرضه $(x + 1)$ متر ومحاط بممر عرضه 1 متر. اكتب مساحة المسبح مع الممر بأبسط صورة بدلالة x



الطول مع الممر $x + 9 + 1 + 1 = x + 11$

العرض مع الممر $x + 1 + 1 + 1 = x + 3$

مساحة المسبح = الطول × العرض

$A = (x + 11)(x + 3)$

$A = x^2 + 3x + 11x + 33$

$A = x^2 + 14x + 33 \ \ m^2$

31) تأريخ: تقع مدينة بابل شمال مدينة الحلة في العراق حيث عاش البابليون فيها منذ 3000 سنة قبل الميلاد تقريباً وقد بنوا سنة 575م بوابة عشتار التي تعد البوابة الثامنة في سور مدينة بابل رسم وائل لوحة فنية تمثل بوابة عشتار بالأبعاد $(y + 7)$ ، $(y - 4)$ سنتمترات. اكتب مساحة اللوحة التي رسمها وائل بأبسط صورة بدلالة y.

مساحة اللوحة = الطول×العرض

$A = (y - 4)(y + 7)$

$A = y^2 + 7y - 4y - 28 = y^2 + 3y - 28$

32) اسماك زينة: حوض سمك زينة مكعب الشكل طول حرفه $(v + 3)$ سنتمتر. اكتب حجم حوض الزينة بأبسط صورة بدلالة v

$V = L^3 = (v + 3)^3 = (v + 3)(v + 3)^2$

$V = (v + 3)(v^2 + 6v + 9)$

$V = v^3 + 6v^2 + 9v + 3v^2 + 18v + 27$

$V = v^3 + 9v^2 + 27v + 27$

فكر

33) تحد: جد ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

$(x + 1)^2 - (x - 2)^2$

$x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 4x + 4)$

$x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 6x - 3$

34) أصحح الخطأ: كتبت نسرين ناتج ضرب المقدارين الجبريين كالاتي:

$(\sqrt{5}\, h - 4)(h - 6) = 5h^2 + 10h - 24$

حدد خطأ نسرين وصححه.

$(\sqrt{5}\, h - 4)(h - 6)$

$\sqrt{5}\, h^2 - 6\sqrt{5}\, h - 4h + 24$

$\sqrt{5}\, h^2 - (6\sqrt{5} + 4)h + 24$

35) حس عددي: أي العددين أكبر العدد $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ أم العدد $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ وضح جابتك.

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2$

$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2$

العدد $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ اكبر من العدد $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

اكتب

ناتج ضرب المقدارين الجبريين

$(2z + \frac{1}{2})(2z - \frac{1}{2})$

$(2z)^2 - (\frac{1}{2})^2 = 4z^2 - \frac{1}{4}$

تحليل مقدار جبري باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF)

مثال1 نصف قطر تمثال قاعدة كهرمانة r متر ويحيط به حوض على شكل ممر دائري إذا كان نصف قطر التمثال مع الحوض r + 2 متر فجد مساحة الحوض.

$A_1 = r^2\pi$ مساحة التمثال

$A_2 = (r+2)^2\pi$ مساحة التمثال مع الحوض

$A_2 = (r^2 + 4r + 4)\pi = r^2\pi + 4r\pi + 4\pi$

$A = A_2 - A_1$ مساحة الحوض

$A = r^2\pi + 4r\pi + 4\pi - r^2\pi$

$A = 4r\pi + 4\pi$

$A = 4\pi(r+1)$ متر مربع

مثال2 حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

1) $6x^3 + 9x^2 - 18x$

$3x(2x^2 + 3x - 6)$ التحقق

$= 6x^3 + 9x^2 - 18x$

2) $\sqrt{12}\, y^2 Z + \sqrt{2}\,(\sqrt{6}\, yz^2 - \sqrt{24}\, yz)$

$\sqrt{12}\, y^2 Z + \sqrt{12}\, yz^2 - \sqrt{48}\, yz$

$2\sqrt{3}\, y^2 Z + 2\sqrt{3}\, yz^2 - 4\sqrt{3}\, yz$

$2\sqrt{3}\, yz\,(y + z - 2)$ التحقق

$2\sqrt{3}\, y^2 Z + 2\sqrt{3}\, yz^2 - 4\sqrt{3}\, yz$

مثال3 حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

1) $5x(x+3) - 7(x+3)$

$(x+3)(5x-7)$

2) $\frac{1}{2}(y-1) + \frac{1}{3}y^2(y-1)$

$(y-1)(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}y^2)$

3) $\sqrt{3}\, v^2$ (z + 2) - $\sqrt{5}$ v (z + 2)

(z + 2)($\sqrt{3}\, v^2$ - $\sqrt{5}$ v)

تحليل مقدار جبري باستعمال التجميع

مثال4 حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

1) $4x^3 - 8x^2 + 5x - 10$

$(4x^3 - 8x^2) + (5x - 10)$

$4x^2(x - 2) + 5(x - 2)$

$(x - 2)(4x^2 + 5)$ التحقق

$4x^3 + 5x - 8x^2 - 10$

$4x^3 - 8x^2 + 5x - 10$

2) $\sqrt{2}\, h^2t + \sqrt{3}\, t^2v - \sqrt{8}\, h^2v - \sqrt{12}\, v^2t$

$(\sqrt{2}\, h^2t - \sqrt{8}\, h^2v) + (\sqrt{3}\, t^2v - \sqrt{12}\, v^2t)$

$\sqrt{2}\, h^2(t - 2v) + \sqrt{3}\, tv\,(t - 2v)$

$(t - 2v)(\sqrt{2}\, h^2 + \sqrt{3}\, tv)$ التحقق

$\sqrt{2}\, h^2t + \sqrt{3}\, t^2v - 2\sqrt{2}\, h^2v - 2\sqrt{3}v^2t$

$\sqrt{2}\, h^2t + \sqrt{3}\, t^2v - \sqrt{8}\, h^2v - \sqrt{12}\, v^2t$

مثال5 حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس:

$14x^3 - 7x^2 + 3 - 6x$

$(14x^3 - 7x^2) + (3 - 6x)$

$7x^2(2x - 1) + 3(1 - 2x)$

$7x^2(2x - 1) - 3(2x - 1)$

$(2x - 1)(7x^2 - 3)$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

1) $9x^2 - 21x$

$3x(3x - 7)$ التحقق

$9x^2 - 21x$



2) $10 - 15y + 5y^2$

$5(2 - 3y + y^2)$ التحقق

$10 - 15y + 5y^2$

3) $14z^4 - 21z^2 - 7z^3$

$7z^2(2z^2 - 3 - z)$ التحقق

$14z^4 - 21z^2 - 7z^3$

---

4) $\sqrt{8}\, t^2r + \sqrt{2}\,(tr^2 - \sqrt{3}\, tr)$

$2\sqrt{2}\, t^2r + \sqrt{2}\, tr^2 - \sqrt{2}\,\sqrt{3}\, tr$

$\sqrt{2}\, tr\,(2t + r - \sqrt{3})$ التحقق

$2\sqrt{2}\, t^2r + \sqrt{2}\, tr^2 - \sqrt{2}\,\sqrt{3}\, tr$

$\sqrt{8}\, t^2r + \sqrt{2}\, tr^2 - \sqrt{6}\, tr$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك اكبر:

5) $3y(y - 4) - 5(y - 4)$

$(y - 4)(3y - 5)$

---

6) $\frac{1}{4}(t + 5) + \frac{1}{3}t^2(t + 5)$

$(t + 5)(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}t^2)$

---

7) $\sqrt{2}\, n\,(x + 1) - \sqrt{3}\, m\,(x + 1)$

$(x + 1)(\sqrt{2}\, n - \sqrt{3}\, m)$

---

8) $2x(x^2 - 3) + 7(x^2 - 3)$

$(x^2 - 3)(2x + 7)$

حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

9) $3y^3 - 6y^2 + 7y - 14$

$(3y^3 - 6y^2) + (7y - 14)$

$3y^2(y - 2) + 7(y - 2)$

$(y - 2)(3y^2 + 7)$ التحقق

$3y^3 + 7y - 6y^2 - 14$

---

10) $21 - 3x + 35x^2 - 5x^3$

$(21 - 3x) + (35x^2 - 5x^3)$

$3(7 - x) + 5x^2(7 - x)$

$(7 - x)(3 + 5x^2)$ التحقق

$21 + 35x^2 - 3x - 5x^3$

---

11) $2r^2k + 3k^2v - 4r^2v - 6v^2k$

$(2r^2k - 4r^2v) + (3k^2v - 6v^2k)$

$2r^2(k - 2v) + 3kv(k - 2v)$

$(k - 2v)(2r^2 + 3kv)$ التحقق

$2r^2k + 3k^2v - 4r^2v - 6v^2k$

---

12) $3z^3 - \sqrt{18}z^2 + z - \sqrt{2}$

$(3z^3 + z) + (-\sqrt{18}z^2 - \sqrt{2})$

$z(3z^2 + 1) - \sqrt{2}(3z^2 + 1)$

$(3z^2 + 1)(z - \sqrt{2})$ التحقق

$3z^3 - \sqrt{18}z^2 + z - \sqrt{2}$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس

13) $21y^3 - 7y^2 + 3 - 9y$

$(21y^3 - 7y^2) + (3 - 9y)$

$7y^2(3y - 1) + 3(1 - 3y)$

$7y^2(3y - 1) - 3(3y - 1)$

$(3y - 1)(7y^2 - 3)$

---

14) $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5 - 10x$

$(\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3) + (5 - 10x)$

$\frac{1}{4}x^3(2x - 1) + 5(1 - 2x)$

$\frac{1}{4}x^3(2x - 1) - 5(2x - 1)$

$(2x - 1)(\frac{1}{4}x^3 - 5)$

---

15) $6z^3 - 9z^2 + 12 - 8z$

$(6z^3 - 9z^2) + (12 - 8z)$

$3z^2(2z - 3) + 4(3 - 2z)$

$3z^2(2z - 3) - 4(2z - 3)$

$(2z - 3)(3z^2 - 4)$

---

16) $5t^3 - 15t^2 - 2t + 6$

$(5t^3 - 15t^2) + (-2t + 6)$

$5t^2(t - 3) + 2(-t + 3)$

$5t^2(t - 3) - 2(t - 3)$

$(t - 3)(5t^2 - 2)$

تدرب وحل التمرينات

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

17) $12y^3 - 21y^2$

$3y^2(4y - 7)$ التحقق

$12y^3 - 21y^2$

---

18) $5t^3 + 10t^2 - 15t$

$5t(t^2 + 2t - 3)$ التحقق

$5t^3 + 10t^2 - 15t$

---

19) $6v^2(3v - 6) + 18v$

$18v^3 - 36v^2 + 18v$

$18v(v^2 - 2v + 1)$ التحقق

$18v^3 - 36v^2 + 18v$

---

20) $\sqrt{12}\, n^3r + \sqrt{3}\,(nr^3 - \sqrt{2}\, nr)$

$2\sqrt{3}\, n^3r + \sqrt{3}\, nr^3 - \sqrt{3}\sqrt{2}\, nr$

$\sqrt{3}\, nr\, (2n^2 + r^2 - \sqrt{2}\,)$ التحقق

$\sqrt{12}\, n^3r + \sqrt{3}\, nr^3 - \sqrt{3}\sqrt{2}\, nr$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

21) $\frac{1}{7}(y + 1) + \frac{1}{3}y^2(y + 1)$

$(y + 1)(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}y^2)$

22) $\sqrt{3}\,k(x^2 + 1) - \sqrt{5}\,v(x^2 + 1)$

$(x^2 + 1)(\sqrt{3}\,k - \sqrt{5}\,v)$

حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

23) $5x^3 - 10x^2 + 10x - 20$

$(5x^3 - 10x^2) + (10x - 20)$

$5x^2(x - 2) + 10(x - 2)$

$(x - 2)(5x^2 + 10)$ التحقق

$5x^3 + 10x - 10x^2 - 20$

24) $49 - 7z + 35z^2 - 5z^3$

$(49 - 7z) + (35z^2 - 5z^3)$

$7(7 - z) + 5z^2(7 - z)$

$(7 - z)(7 + 5z^2)$ التحقق

$49 + 35z^2 - 7z - 5z^3$

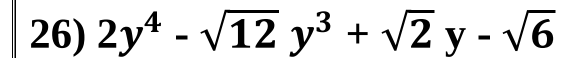
25) $3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k$

$(3t^3k + 9k^2s) + (-6t^3s - 18s^2k)$

$3k(t^3 + 3ks) - 6s(t^3 + 3sk)$

$(t^3 + 3sk)(3k - 6s)$ التحقق

$3t^3k - 6t^3s + 9k^2s - 18s^2k$



26) $2y^4 - \sqrt{12}\,y^3 + \sqrt{2}\,y - \sqrt{6}$

$2y^4 - 2\sqrt{3}\,y^3 + \sqrt{2}\,y - \sqrt{2}\sqrt{3}$

$(2y^4 - 2\sqrt{3}\,y^3) + (\sqrt{2}\,y - \sqrt{2}\sqrt{3})$

$2y^3(y - \sqrt{3}) + \sqrt{2}(y - \sqrt{3})$

$(y - \sqrt{3})(2y^3 + \sqrt{2})$ التحقق

$2y^4 + \sqrt{2}\,y - \sqrt{12}\,y^3 - \sqrt{6}$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس

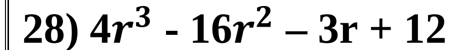
27) $12x^3 - 4x^2 + 3 - 9x$

$(12x^3 - 4x^2) + (3 - 9x)$

$4x^2(3x - 1) + 3(1 - 3x)$

$4x^2(3x - 1) - 3(3x - 1)$

$(3x - 1)(4x^2 - 3)$



28) $4r^3 - 16r^2 - 3r + 12$

$(4r^3 - 16r^2) + (-3r + 12)$

$4r^2(r - 4) + 3(-r + 4)$

$4r^2(r - 4) - 3(r - 4)$

$(r - 4)(4r^2 - 3)$

تدرب وحل مسائل حياتية

29) الطاقة الشمسية: الألواح الشمسية هي المكون الرئيسي في أنظمة الطاقة الشمسية التي تقوم بتوليد الكهرباء وتصنع الخلايا من مواد شبه موصله مثل السيليكون تمتص الضوء من الشمس ما أبعاد اللوح الشمسي بدلالة x إذا كانت المساحة

$3x(x-4) - 22(x-4)$ أمتار مربعة

$A = 3x(x-4) - 22(x-4)$

$A = (x-4)(3x-22)$

أبعاد اللوح الشمسي: $(x-4)(3x-22)$

30) طائر الفلامنكو: طائر الفلامنكو من جنس النحاميات وهو من الطيور المهاجرة التي تمتاز بشكلها الجميل ولونها الوردي وتقطع مسافات بعيدة في اثناء موسم الهجرة السنوي مروراً بمنطقة الاهوار جنوبي العراق لتحصل على الغذاء من المسطحات المائية اذا كانت مساحة السطح المائي الذي غطته طيور الفلامنكو في احد الاهوار

$4y^2 + 14y + 7(2y+7)$ امتار مربعة فما شكل السطح وما ابعاده بدلالة y

$A = 4y^2 + 14y + 7(2y+7)$

$A = 2y(2y+7) + 7(2y+7)$

$A = (2y+7)(2y+7) = (2y+7)^2$

شكل المسطح هو مربع

أبعاد المسطح: $(2y+7), (2y+7)$

31) ساعة بغداد: ساعة بغداد هي مبنى مرتفع تعلوه ساعة معلقة على برج لها أربعة أوجه يقع المبنى ضمن منطقة ساحة الاحتفالات في بغداد وأنشئت في سنة 1994 م ما نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة بدلالة z إذا علمت ان مساحتها

$z^2\pi - 3z\pi - \pi(3z-9)$

الحل/

$A = z^2\pi - 3z\pi - \pi(3z-9)$

$A = z\pi(z-3) - 3\pi(z-3)$

$A = (z-3)(z\pi - 3\pi) = (z-3)\pi(z-3)$

$A = \pi(z-3)^2$

$A = r^2\pi$

$r^2\pi = \pi(z-3)^2$ بالجذر التربيعي للطرفين

$r = z - 3$ نصف القطر

فكر

32) تحد: حلل المقدار الاتي الى ابسط صورة:

$5x^5y + 7y^3z - 10x^5z - 14z^2y^2$

$(5x^5y - 10x^5z) + (7y^3z - 14z^2y^2)$

$5x^5(y-2z) + 7y^2z(y-2z)$

$(y-2z)(5x^5 + 7y^2z)$

33) أصحح الخطأ: كتبت ابتسام ناتج تحليل المقدار التالي كما يأتي:

$\sqrt{2}\,t^4 - \sqrt{24}\,t^3 + t^2 - \sqrt{12}t = (t + 2\sqrt{3})(\sqrt{2}t^2 - t)$

اكتشف خطأ ابتسام وصححه.

$\sqrt{2}\, t^4 - \sqrt{24}\, t^3 + t^2 - \sqrt{12}\, t$

$(\sqrt{2}\, t^4 - \sqrt{24}\, t^3) + (t^2 - \sqrt{12}\, t)$

$\sqrt{2}\, t^3(t - 2\sqrt{3}) + t(t - 2\sqrt{3})$

$(t - 2\sqrt{3})(\sqrt{2}\, t^3 + t)$

34) حس عددي: ما العدد المجهول في المقدار

$x^2 + 3x + 5x + 15 = (x + 3)(x + \square)$

$x^2 + 3x + 5x + 15$

$(x^2 + 3x) + (5x + 15)$

$x(x + 3) + 5(x + 3)$

$(x + 3)(x + 5)$ العدد المجهول هو 5

اكتب

ناتج طرح المقدار $(x + y)(x - y)$ من المقدار $(x + y)(x + y)$ بأبسط صورة.

$(x + y)(x - y) = x^2 - xy + yx - y^2$

$= x^2 - y^2$

$(x + y)(x + y) = x^2 + xy + yx + y^2$

$= x^2 + 2xy + y^2$

$x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - y^2)$

$x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + y^2 = 2y^2 + 2xy$

تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

تحليل المقدار الجبري بالفرق بين مربعين

مثال1 جد أبعاد ساحة كرة القدم التي مساحتها $x^2 - 400$ متر مربع.

$x^2 - 400 = (x + 20)(x - 20)$

ابعاد الساحة: الطول $x + 20$ العرض $x - 20$

مثال2 حلل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين:

1) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

2) $36y^2 - z^2 = (6y - z)(6y + z)$

3) $49 - v^2 = (7 - v)(7 + v)$

4) $2x^2 - z^2 = (\sqrt{2}\, x - z)(\sqrt{2}\, x + z)$

5) $5h^2 - 7v^2 = (\sqrt{5}\,h + \sqrt{7}\,v)(\sqrt{5}\,h - \sqrt{7}\,v)$

6) $12 - t^2 = (\sqrt{12} - t)(\sqrt{12} + t)$

$= (2\sqrt{3} - t)(2\sqrt{3} + t)$

7) $8x^3y - 2xy^3 = 2xy(4x^2 - y^2)$

$= 2xy(2x + y)(2x - y)$

8) $\frac{1}{16}z^4 - \frac{1}{81} = (\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{9})(\frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{9})$

$= (\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{9})(\frac{1}{2}z - \frac{1}{3})(\frac{1}{2}z + \frac{1}{3})$

تحليل المقدار الجبري بالمربع الكامل

مثال3 حلل كل مقدار من المقادير التالية التي على صورة مربع كامل:

1) $x^2 + 6x + 9$

$= (x)^2 + 2(x\times3) + (3)^2 = (x + 3)^2$

2) $y^2 - 4y + 4$

$= (y)^2 - 2(y\times2) + (2)^2 = (y - 2)^2$

3) $16z^2 - 8z + 1$

$(4z)^2 - 2(4z\times1) + (1)^2 = (4z - 1)^2$

مثال4 حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعاً كاملاً وحله:

1) $x^2 + 10x + 25$

$(x)^2 + 2(x\times5) + (5)^2$ مربع كامل

$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

2) $y^2 + 14y + 36$

$(y)^2 + 2(y\times6) + (6)^2$

$2(y\times6) = 12y \neq 14y$ لا يمثل مربع كامل لان

3) $4 - 37v + 9v^2$

$(2)^2 - 2(2\times3v) + (3v)^2$

$-2(2\times3v) = -12v \neq -37v$ لا يمثل مربع كامل لان

4) $9h^2 - 6h + 3$

$(3h)^2 - 2(3h\times\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2$

لا يمثل مربع كامل لان

$-2(3h\times\sqrt{3}) = -6\sqrt{3}h \neq -6h$

مثال5 اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

1) $25x^2$ - …….. + 49

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(25x^2)(49)}$

bx = 2(5x)(7) = 70x

$25x^2 - 70x + 49 = (5x - 7)^2$

2) ….. + 8x + 16

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$8x = 2\sqrt{(ax^2)(16)}$] بتربيع الطرفين

$64x^2 = 4(ax^2)(16)$

$64x^2 = 64(ax^2) \Rightarrow ax^2 = x^2$

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

3) $y^2 + 14y$ + …….

$by = 2\sqrt{(ay^2)(c)}$

$14y = 2\sqrt{(y^2)(c)}$] بتربيع الطرفين

$196y^2 = 4(y^2)(c) \Rightarrow c = 49$

$y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين:

1) $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$

2) $36 - 4x^2 = (6 + 2x)(6 - 2x)$

3) $h^2 - v^2 = (h + v)(h - v)$

4) $9m^2 - 4n^2 = (3m - 2n)(3m + 2n)$

5) $27x^3z - 3xz^3 = 3xz(9x^2 - z^2)$

$= 3xz(3x + z)(3x - z)$

6) $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16} = (\frac{1}{2}y - \frac{1}{4})(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4})$

حلل كل مقدار من المقادير التالية كمربع كامل:

7) $y^2 - 8y + 16$

$(y)^2 - 2(y\times4) + (4)^2 = (y - 4)^2$

8) $9z^2 - 6z + 1$

$(3z)^2 - 2(3z\times1) + (1)^2 = (3z - 1)^2$

9) $v^2 + 2\sqrt{3}\,v + 3$

$(v)^2 + 2(v\times\sqrt{3}) + (\sqrt{3}\,)^2 = (v + \sqrt{3})^2$

10) $4h^2 - 20h + 25$

$(2h)^2 - 2(2h\times5) + (5)^2 = (2h - 5)^2$

حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعاً كاملاً وحلله:

11) $x^2 + 18x + 81$

$(x)^2 + 2(x\times9) + (9)^2$ مربع كامل

$x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$

12) $16 - 14v + v^2$

$(4)^2 - 2(4\times v) + (v)^2$

$-8v \neq -14v$ لا يمثل مربع كامل لان

13) $64h^2 - 48h - 9$

لا يمثل مربع كامل لان إشارة الحد الأخير سالبة

14) $3 - 4\sqrt{3}\,t + 4t^2$

$(\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3}\times2t) + (2t)^2$ مربع كامل

$3 - 4\sqrt{3}\,t + 4t^2 = (\sqrt{3} - 2t)^2$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

15) $.... + 14y + 49$

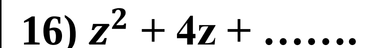
$by = 2\sqrt{(ay^2)(c)}$

$14y = 2\sqrt{(ay^2)(49)}$] بتربيع الطرفين

$196y^2 = 4(ay^2)(49)$

$196y^2 = 196(ay^2) \Rightarrow ay^2 = y^2$

$y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$



16) $z^2 + 4z + ...$

$bz = 2\sqrt{(az^2)(c)}$

$4z = 2\sqrt{(z^2)(c)}$] بتربيع الطرفين

$16z^2 = 4(z^2)(c) \Rightarrow c = 4$

$z^2 + 4z + 4 = (z + 2)^2$

17) $3 - \ldots\ldots + 9x^2$

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(9x^2)(3)} = 2\sqrt{27x^2}$

$bx = 2(3x)(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}\,x$

$3 - 6\sqrt{3}\,x + 9x^2 = (\sqrt{3} - 3x)^2$

18) $4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \ldots$

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$2\sqrt{5}\,x = 2\sqrt{(4x^2)(c)}$] بتربيع الطرفين

$4(5x^2) = 4(4x^2)(c) \Rightarrow c = \frac{5}{4}$

$4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \frac{5}{4} = (2x + \frac{\sqrt{5}}{2})^2$

تدرب وحل التمرينات

حلل كل مقدار من المقادير الاتية الى ابسط صورة:

19) $25 - 4x^2 = (5 + 2x)(5 - 2x)$

20) $y^2 - 121 = (y + 11)(y - 11)$

21) $x^2 - 16z^2 = (x + 4z)(x - 4z)$

22) $12 - 3t^2 = 3(4 - t^2)$

$= 3(2 + t)(2 - t)$

23) $8y^3x - 2x^3y = 2xy(4y^2 - x^2)$

$= 2xy(2y + x)(2y - x)$

24) $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{4}(y^2 - \frac{1}{2})$

$= \frac{1}{4}(y + \frac{1}{\sqrt{2}})(y - \frac{1}{\sqrt{2}})$

25) $\frac{1}{3}z^5 - \frac{1}{12}z = \frac{1}{3}z(z^4 - \frac{1}{4})$

$= \frac{1}{3}z(z^2 + \frac{1}{2})(z^2 - \frac{1}{2})$

$= \frac{1}{3}z(z^2 + \frac{1}{2})(z + \frac{1}{\sqrt{2}})(z - \frac{1}{\sqrt{2}})$

26) $4x^2 + 20x + 25$

$(2x)^2 + 2(2x \times 5) + (5)^2 = (2x + 5)^2$

27) $3z^2 - 6z + 3$

$3(z^2 - 2z + 1) = 3[(z)^2 - 2(z \times 1) + (1)^2]$

$= 3(z - 1)^2$

28) $16n^2 + 8\sqrt{3}\,n + 3$

$= (4n)^2 + 2(4n \times \sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2$

$= (4n + \sqrt{3})^2$

29) $4t^3 - 12t^2 + 9t$

$t(4t^2 – 12t + 9)$

$t[\ (2t)^2 – 2(2t\times3) + (3)^2] = t(2t - 3)^2$

30) $1 – 4m + 4m^2$

$(1)^2 – 2(1\times2m) + (2m)^2 = (1 – 2m)^2$

حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعاً كاملاً وحلله:

31) $4x^2 + 18x + 16$

$(2x)^2 + 2(2x\times4) + (4)^2$

$16x \neq 18x$ لا يمثل مربع كامل لان

32) $y^2 + 10y + 25$

$(y)^2 + 2(y\times5) + (5)^2$ مربع كامل

$y^2 + 10y + 25 = (y + 5)^2$

33) $49 – 7v + v^2$

$(7)^2 – 2(7\times v) + (v)^2$

$- 14v \neq -7v$ لا يمثل مربع كامل لان

34) $2v^2 – 12h – 18$

المقدار لا يمثل مربع كامل لان إشارة الحد الأخير سالبة.

35) $4v^2 + 4v + 4$

$(2v)^2 + 2(2v\times2) + (2)^2$

$8v \neq 4v$ لا يمثل مربع كامل لان

36) $3 - 2\sqrt{3}\,z + z^2$

$(\sqrt{3})^2 – 2(\sqrt{3}\times z) + (z)^2$ مربع كامل

$3 - 2\sqrt{3}\,z + z^2 = (\sqrt{3} - z)^2$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

37) $y^2 + ... + 36$

$by = 2\sqrt{(ay^2)(c)}$

$by = 2\sqrt{(y^2)(36)} = 2\,(y)(6) = 12y$

$y^2 + 12y + 36$

$(y)^2 + 2(y\times6) + (6)^2 = (y + 6)^2$

38) $25 – 20x + ...$

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$- 20x = 2\sqrt{(25)(c)}$]بتربيع الطرفين

$400x^2 = 4\,(25)(c)$

$400x^2 = 100\,(c) \Rightarrow c = 4x^2$

$25 – 20x + 4x^2 = (5 - 2x)^2$

39) $4v^2 + 8v + ...$

$bv = 2\sqrt{(av^2)(c)}$

$8v = 2\sqrt{(4v^2)(c)}$] بتربيع الطرفين

$64v^2 = 4\,(4v^2)\,(c)$

$\cancel{64v^2} = \cancel{16v^2}\,(c) \Rightarrow c = 4$

$4v^2 + 8v + 4 = (2v + 2)^2$

40) $5 - ..... + 16x^2$

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(16x^2)(5)} = 2\,(4x)(\sqrt{5})$

$bx = 8\sqrt{5}x$

$5 - 8\sqrt{5}x + 16x^2 = (\sqrt{5} - 4x)^2$

41) $81 + 18z + ...$

$bz = 2\sqrt{(az^2)(c)}$

$18z = 2\sqrt{(az^2)(81)}$] بتربيع الطرفين

$324z^2 = 4\,(az^2)(81)$

$\cancel{324}z^2 = \cancel{324}\,(az^2) \Rightarrow az^2 = z^2$

$81 + 18z + z^2 = (9 + z)^2$

42) $9h^2 + 6\sqrt{2}\,h + ...$

$bh = 2\sqrt{(ah^2)(c)}$

$6\sqrt{2}\,h = 2\sqrt{(9h^2)(c)}$] بتربيع الطرفين

$72h^2 = 4\,(9h^2)(c)$

$\cancel{72h^2} = \cancel{36h^2}(c) \Rightarrow c = 2$

$9h^2 + 6\sqrt{2}\,h + 2 = (3h + \sqrt{2})^2$

تدرب وحل مسائل حياتية

43) المئذنة الملوية: وتقع منارة المئذنة الملوية في مدينة سامراء العراقية وتعد احدى معالم العراق المميزة بسبب شكلها الفريد فهي احدى اثار العراق القديمة المشهورة التي تعود لعصر حكم الدولة العباسية وترتكز على قاعدة مربعة مساحتها $x^2 - 8x + 16$ متراً مربعاً ما طول ضلع القاعدة التي تستند عليها الملوية بدلالة x ؟

$A = x^2 - 8x + 16 = (x)^2 - 2(x \times 4) + (4)^2$

$A = (x - 4)^2$

طول ضلع القاعدة هو: $(x - 4)$

44) مزرعة أبقار: لدى سعد مزرعة أبقار مربعة الشكل طول ضلعها x متر وسعها لتصبح مستطيلة الشكل فاصبحت مساحة المزرعة $x^2 - 81$ متراً مربعاً ماطول المزرعة وعرضها بعد التوسعة بدلالة x

$A = (x^2 - 81) = (x + 9)(x - 9)$

طول المزرعة $(x + 9)$ عرض المزرعة $(x - 9)$

45) لوحة فنية: رسم بشار لوحة فنية تمثل منطقة الاهوار في جنوب العراق فكان المقدار $4x^2 - 8x + 9$ سنتمترات مربعة يمثل مساحة اللوحة الفنية أيمثل مقدار مساحة اللوحة الفنية مربعاً كاملاً أم لا؟

$4x^2 - 8x + 9$

$(2x)^2 - 2(2x\times3) + (3)^2$

$-12x \neq -8x$ مساحة اللوحة لا تمثل مربع كامل لان



46) تحد: هل المقدار الاتي يمثل مربعاً كاملاً أم لا؟ معللاً اجابتك.

$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16}$

الحل

$(\frac{1}{3}x)^2 - 2(\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4})^2$

$-\frac{1}{6}x = -\frac{1}{6}x$ يمثل مربع كامل لان

47) أصحح الخطأ: قالت منتهى ان المقدار $(2x + 1)(2x - 1)$ هو تحليل للمربع الكامل $4x^2 - 4x + 1$ حدد خطأ منتهى وصححه.

$4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2(2x\times1) + (1)^2$

$= (2x - 1)^2 = (2x - 1)(2x - 1)$

المقدار $(2x + 1)(2x - 1)$ ليس تحليل للمربع الكامل

48) حس عددي: أيمثل المقدار $9x^2 + 12x - 4$ مربعاً كاملاً أم لا؟ وضح اجابتك

الحل المقدار لا يمثل مربع كامل لان إشارة الحد الأخير سالبة

اكتب

تحليل للمقدار $4x^2 - 8x + 4$

$(2x)^2 - 2(2x\times2) + (2)^2 = (2x - 2)^2$

تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

تحليل المقدار الجبري $x^2 + bx + c$

مثال1 ما ابعاد اللوحة الفنية للثور المجنح التي مساحتها $x^2 + 10x + 21$ سنتمتراً مربعاً؟

$x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$

$3x$

$7x$

$10x$

عرض اللوحة $(x + 3)$ طول اللوحة $(x + 7)$

مثال2 حلل المقدار الجبري: $y^2 + y - 12$

$y^2 + y - 12 = (y + 4)(y - 3)$

مثال3 حلل المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

1) $z^2 - z - 6 = (z - 3)(z + 2)$

2) $x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$

3) $y^2 + 6y - 27 = (y + 9)(y - 3)$

4) $x^2 - xy - 20y^2 = (x - 5y)(x + 4y)$

5) $15 - 8z + z^2 = (5 - z)(3 - z)$

تحليل المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$

و $a \neq 0$

مثال4 حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

1) $6x^2 + 17x + 7 = (2x + 1)(3x + 7)$

2) $7y^2 - 26y - 8 = (y - 4)(7y + 2)$

مثال5 حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

1) $3z^2 - 17z + 10 = (3z - 2)(z - 5)$

2) $4v^2 - v - 3 = (4v + 3)(v - 1)$

3) $15 + 11h + 2h^2 = (5 + 2h)(3 + h)$

4) $6x^2 - 51x + 63 = 3(2x^2 - 17x + 21)$

$= 3(x - 7)(2x - 3)$

5) $3x^2 - 10xy + 3y^2 = (3x - y)(x - 3y)$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

1) $x^2 + 6x + 8 = (x + 4)(x + 2)$

2) $1 - 2z + z^2 = (1 - z)(1 - z)$

3) $x^2 - 13x + 12 = (x - 12)(x - 1)$

4) $3 + 2z - z^2 = (1 + z)(3 - z)$

5) $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$

6) $15 - 8z + z^2 = (5 - z)(3 - z)$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

7) $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$

8) $3y^2 – 14y + 8 = (3y – 2)(y – 4)$

9) $3x^2 – 10x + 8 = (3x – 4)(x – 2)$

10) $8 – 25z + 3z^2 = (8 – z)(1 – 3z)$

11) $5y^2 – y – 6 = (5y – 6)(y + 1)$

12) $6 + 29z - 5z^2 = (1 + 5z)(6 – z)$

13) $x^2 – 9xy + 20y^2 = (x – 4y)(x - 5y)$

14) $3y^2 –19yx –14x^2 = (y –7x)(3y +2x)$

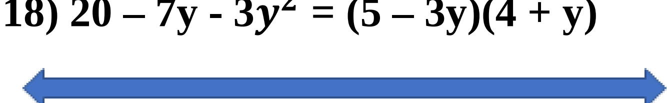
ضع الإشارات بين الحدود في الاقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

15) $x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$

16) $y^2 – 12y + 20 = (y – 2)(y – 10)$

17) $6x^2 – 7x + 2 = (2x – 1)(3x – 2)$

18) $20 – 7y - 3y^2 = (5 – 3y)(4 + y)$



حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

19) $x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(x + 2)$

20) $y^2 – 5y + 6) = (y – 3)(y – 2)$

21) $24 – 2z - z^2 = (4 – z)(6 + z)$

22) $3 + 2z - z^2 = (1 + z)(3 – z)$

23) $x^2 – 2x – 3 = (x – 3)(x + 1)$

24) $36 – 15z + z^2 = (12 – z)(3 – z)$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

25) $2x^2 + 12x – 14 = 2(x^2 + 6x – 7)$

$= 2(x + 7)(x – 1)$

26) $4y^2 – 6y + 2 = 2(2y^2 – 3y + 1)$

$= 2(2y – 1)(y – 1)$

$27)\ 10 + 9z - 9z^2 = (2 + 3z)(5 - 3z)$

$28)\ 2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$

$29)\ 13y^2 - 11y - 2 = (y - 1)(13y + 2)$

$30)\ 50 - 20z + 2z^2 = 2(25 - 10z + z^2)$

$= 2(5 - z)(5 - z)$

$31)\ 30x^2 - xy - y^2 = (5x - y)(6x + y)$

$32)\ 16y^2 - 2yx - 3x^2 = (2y - x)(8y + 3x)$

$33)\ 6z^2 - 2zx - 4x^2 = 2(3z^2 - zx - 2x^2)$

$= 2(z - x)(3z + 2x)$

ضع الإشارات بين الحدود في الاقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$34)\ x^2 + x - 20 = (x + 4)(x - 5)$

$35)\ x^2 - x - 56 = (x - 7)(x + 8)$

$36)\ 35 + 3y - 2y^2 = (5 + y)(7 - 2y)$

$37)\ 3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$

تدرب وحل مسائل حياتية

38) قلعة الاخيضر: هي قلعة اثرية تقع في محافظة كربلاء وسط العراق ولا تزال اطلالة القلعة قائمة الى يومنا هذا الاخيضر من الحصون الدفاعية الفريدة من نوعها ويحيط به سور عظيم مستطيل الشكل ما أبعاد السور الخارجية بدلالة x اذا كانت مساحة القلعة مع السور يمثلها المقدار $6x^2 - 39x + 60$ متراً مربعاً؟

$A = 6x^2 - 39x + 60 = 3(2x^2 - 13x + 20)$

$A = 3(2x - 5)(x - 4)$

ابعاد السور : $(2x - 5)\ ,\ (x - 4)$

39) العاب ترفيهية : تعد ارجوحة ديسكفري من الألعاب الخطرة في مدينة الألعاب ويمثل المقدار $5t^2 + 5t - 30$ مسار ارجوحة ديسكفري في مدينة الألعاب اذ t يمثل زمن الحركة وتحليل المقدار يساعد على معرفة الوقت الذي تستغرقه ارجحتها في المرة الأولى حلل المقدار؟

$5t^2 + 5t - 30 = 5(t^2 + t - 6)$

$= 5(t + 3)(t - 2)$

40) مترو الانفاق: يعد مترو الانفاق نظام سكك حديد تحت الأرض تسير عليه القطارات وهو احد وسائل النقل السريعة في المدن الكبيرة وذات الكثافة السكانية العالية ويتألف كل قطار من عدة عربات فاذا كان المقدار $14y^2 - 23y + 3$ يمثل مساحة أرضية العربة بالمتر المربع فما ابعادها بدلالة y ؟

$14y^2 - 23y + 3 = (7y - 1)(2y - 3)$

ابعاد العربة هي: $(7y - 1)\ ,\ (2y - 3)$

فكر

41) تحد: حلل المقدار الجبري الاتي الى ابسط صورة: $4x^3 + 4x^2 - 9x - 9$

الحل

$4x^3 + 4x^2 - 9x - 9$

$(4x^3 + 4x^2) + (-9x - 9)$

$4x^2(x + 1) - 9(x + 1)$

$(x + 1)(4x^2 - 9) = (x + 1)(2x - 3)(2x + 3)$

42) أصحح الخطأ: حلل سعد المقـــــــدار $6z^2 - 16z - 6$ كما يأتي:

$6z^2 - 16z - 6 = (3z - 1)(2z + 6)$

اكتشف خطأ سعد وصححه.

$6z^2 - 16z - 6 = (2z - 6)(3z + 1)$

43) حس عددي: أيمكن تحديد ما اذا كانت إشارات القوسين في تحليل المقدار $x^2 - 12x + 35$ مختلفة أم متشابهة ومن دون تحليل المقدار؟ وضح اجابتك.

الحل إشارة القوسين متشابهة (سالبة) حيث نضع إشارة الحد الثاني في القوس الأول وهي (-) ونضع حاصل ضرب إشارة الحد الثاني في الحد الثالث في القوس الثاني وهي كذلك (-)

اكتب

الاشارات بين الحدود في الاقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$6z^2 + 5z - 56 = (3z \ldots 8)(2z \ldots 7)$

الحل

$6z^2 + 5z - 56 = (3z - 8)(2z + 7)$

تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين او الفرق بين مكعبين

تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين

مثال1 ما مجموع حجمي مكعبين روبك الاول طول حرفه 3 dcm و الثاني طول حرفه 4 dcm

الحل

$V_1 + V_2 = (3)^3 + (4)^3$

$= (3 + 4)(3^2 - 3\times4 + 4^2) = (7)(9 - 12 + 16)$

$= (7)(13) = 91 \ dcm^3$

مثال2 حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

1) $x^3 + 5^3 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$

2) $y^3 + 8 = (y + 2)(y^2 - 2y + 4)$

3) $8z^3 + 27 = (2z + 3)(4z^2 - 6z + 9)$

4) $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64} = (\frac{1}{a} + \frac{1}{4})(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16})$

5) $\frac{27}{x^3} + \frac{8}{125} = (\frac{3}{x} + \frac{2}{5})(\frac{9}{x^2} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{25})$

6) $\frac{1}{2}t^3 + 4 = \frac{1}{2}(t^3 + 8)$

$= \frac{1}{2}(t + 2)(t^2 - 2t + 4)$

7) $0.008 + v^3$

$= (0.2 + v)(0.04 - 0.2v + v^2)$

تحليل المقدار الجبري فرق بين مكعبين

مثال3 حوض مكعب الشكل طول حرفه 1m مملوء بالماء أفرغ الماء منه في حوض اخر أكبر منه مكعب الشكل طول حرفه 1.1m

ما كمية الماء الإضافية التي نحتاج اليها ليمتلئ الحوض الكبير؟

الحل

كمية الماء الإضافية اللازمة =

حجم المكعب الكبير – حجم المكعب الصغير

$V_2 - V_1 = (1.1)^3 - (1)^3$

$= (1.1 - 1)(1.21 + 1.1 + 1)$

$= (0.1)(3.31) = 0.331\ m^3$

مثال4 حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

1) $x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

2) $y^3 - 64 = (y - 4)(y^2 + 4y + 16)$

4) $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8} = (\frac{1}{3}x + \frac{1}{2})(\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{4})$

5) $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64} = (\frac{1}{a} + \frac{1}{4})(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16})$

6) $\frac{1}{3}t^3 + 9 = \frac{1}{3}(t^3 + 27)$

$= \frac{1}{3}(t + 3)(t^2 - 3t + 9)$

7) $0.125 + v^3 = (0.5 + v)(0.25 - 0.5v + v^2)$

8) $1 + 0.008z^3 = (1 + 0.2z)(1 - 0.2z + 0.04z^2)$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

9) $a^3 - 8^3 = (a - 8)(a^2 + 8a + 64)$

10) $8y^3 - 64 = 8(y^3 - 8)$

$= 8(y - 2)(y^2 + 2y + 4)$

11) $\frac{1}{c^3} - \frac{1}{8} = (\frac{1}{c} - \frac{1}{2})(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{2c} + \frac{1}{4})$

12) $\frac{1}{2}v^3 - 4 = \frac{1}{2}(v^3 - 8)$

$= \frac{1}{2}(v - 2)(v^2 + 2v + 4)$

3) $27z^3 - 8 = (3z - 2)(9z^2 + 6z + 4)$

4) $\frac{1}{b^3} - \frac{1}{125} = (\frac{1}{b} - \frac{1}{5})(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{5b} + \frac{1}{25})$

5) $\frac{1}{3}t^3 - 9 = \frac{1}{3}(t^3 - 27)$

$= \frac{1}{3}(t - 3)(t^2 + 3t + 9)$

6) $0.216 - n^3 = (0.6 - n)(0.36 + 0.6n + n^2)$

7) $1 - 0.125z^3 = (1 - 0.5z)(1 + 0.5z + 0.25z^2)$

8) $32 - \frac{1}{2}m^3 = \frac{1}{2}(64 - m^3)$

$= \frac{1}{2}(4 - m)(16 + 4m + m^2)$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

1) $y^3 + 216 = (y + 6)(y^2 - 6y + 36)$

2) $x^3 + z^3 = (x + z)(x^2 - xz + z^2)$

3) $125 + 8z^3 = (5 + 2z)(25 - 10z + 4z^2)$

13) $0.125 - m^3$

$= (0.5 – m)(0.25 + 0.5m + m^2)$

14) $25 - \frac{1}{5} n^3 = \frac{1}{5}(125 - n^3)$

$= \frac{1}{5}(5 – n)(25 + 5n + n^2)$

15) $3b^3 – 81 = 3(b^3 – 27)$

$= 3(b – 3)(b^2 + 3b + 9)$

16) $0.216v^3 – 0.008t^3$

$= (0.6v – 0.2t)(0.36v^2\ 0.12vt + 0.04t^2)$

تدرب وحل التمرينات

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

17) $6^3 + x^3 = (6 + x)(36 – 6x + x^2)$

18) $27 + 64x^3 =(3 + 4x)(9 – 12x +16x^2)$

19) $125y^3 + 1 = (5y + 1)(25y^2 – 5y +1)$

20) $\frac{1}{64} + \frac{8}{125} y^3$

$= (\frac{1}{4} + \frac{2}{5} y)(\frac{1}{16} - \frac{2}{20} y + \frac{4}{25} y^2)$

21) $\frac{1}{b^3} + \frac{1}{8} = (\frac{1}{b} + \frac{1}{2})(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{2b} + \frac{1}{4})$

22) $\frac{1}{5} v^3 + 25 = \frac{1}{5}(v^3 + 125)$

$= \frac{1}{5}(v + 5)(v^2 – 5v + 25)$

23) $0.027 + 27n^3$

$= (0.3 + 3n)(0.09 – 0.9n + 9n^2)$

24) $0.125x^3 + 0.008y^3$

$=(0.5x + 0.2y)(0.25x^2 – 0.1xy +0.04y^2)$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة:

25) $y^3 – 64 = (y – 4)(y^2 + 4y + 16)$

26) $27y^3 – 8 = (3y – 2)(9y^2 + 6y + 4)$

27) $\frac{1}{x^3} - \frac{27}{8} = (\frac{1}{x} - \frac{3}{2})(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{2x} + \frac{9}{4})$

28) $9 - \frac{1}{3} n^3 = \frac{1}{3}(27 - n^3)$

$= \frac{1}{3}(3 – n)(9 + 3n + n^2)$

30) $4 - \frac{1}{2} t^3 = \frac{1}{2}(8 - t^3)$

$= \frac{1}{2}(2 – t)(4 + 2t + t^2)$

31) $25c^3 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125c^3 - 1)$

$= \frac{1}{5}(5c - 1)(25c^2 + 5c + 1)$

32) $0.001x^3 - 0.008y^3$

$=(0.1x - 0.2y)(0.01x^2 + 0.02xy + 0.04y^2)$

تدرب وحل مسائل حياتية

33) مكتبة: مكتبة مدينة شتوتغارت هي واحدة من اجمل المكتبات في العالم وافخمها وتقع في المانيا كما انها من اكثر المكتبات تماشياً مع متطلبات التعليم الحديث بناية المكتبة على شكل مكعب طول حرفه $\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2}$ متر حلل المقدار الذي يمثل طول حرفه.

$\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2} = \frac{1}{2}y^3 - \frac{27}{2} = \frac{1}{2}(y^3 - 27)$

$= \frac{1}{2}(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$

34) حوض سمك: حوض سمك الزينة حجمه $25x^3$ متراً مكعباً وضع في داخله حجر مكعب الشكل حجمه $\frac{1}{5}$ متر مكعب ملئ بالماء كاملاً اكتب المقدار الذي يمثل حجم الماء ثم حلله

$V_1 + V_2 = 25x^3 + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125x^3 + 1)$

$= \frac{1}{5}(5x + 1)(25x^2 - 5x + 1)$

35) سكن: بدأت المنازل تأخذ اشكالاً مختلفة في التصميم مع تطور هندسة العمارة فصممت هذه المنازل على شكل مكعبات فاذا كان حجم المنزل الأول $\frac{8}{a^3}$ متر مكعب وحجم المنزل الثاني $\frac{27}{b^3}$ متر مكعب اكتب حجم المنزلين معاً ثم حلل المقدار

$V_1 + V_2 = \frac{8}{a^3} + \frac{27}{b^3}$

$= (\frac{2}{a} + \frac{3}{b})(\frac{4}{a^2} - \frac{6}{ab} + \frac{9}{b^2})$

فكر

36) تحد: حلل المقدار الجبري الاتي الى ابسط صورة:

$0.002\,z^3 - 0.016\,y^3$

$0.002\,z^3 - 0.016\,y^3 = 0.002\,(z^3 - 8y^3)$

$= 0.002\,(z - 2y)(z^2 + 2zy + 4y^2)$

37) اصحح الخطأ: حللت بشرى المقدار $8v^3 - 0.001$ كما يأتي:

$8v^3 - 0.001 = (2v + 0.1)(4v^2 - 0.4v + 0.01)$

اكتشف خطأ بشرى وصححه.

$8v^3 - 0.001 = (2v - 0.1)(4v^2 + 0.2v + 0.01)$

38) حس عددي: هل يمكن جمع العددين 27 , 8 بطريقة تحليل مجموع مكعبين وضح اجابتك؟

$8 + 27 = (2 + 3)(4 - 6 + 9)$

$= (5)(7) = 35$ نعم يمكن

فكر

الإشارات بين الحدود في الاقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$125 - x^3 = (5 - x)(25 + 5x + x^2)$

تبسيط المقادير الجبرية النسبية

تبسيط ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها

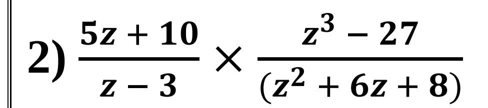
مثال1 اشترى حسن مجموعة من باقات الزهور $x^2 - x - 6$ دينار فكانت كلفة باقة الزهور الواحدة عليه $2x - 6$ دينار اكتب نسبة ثمن الباقة الواحدة الى الثمن الكلي لباقات الزهور وبأبسط صورة.

$$\frac{\text{ثمن باقة الزهور}}{\text{الثمن الكلي لباقات الزهور}} = \frac{2x-6}{x^2-x-6} = \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{2}{x+2}$$

مثال2 اكتب كل مقدار من المقادير الاتية الى ابسط صورة:

$$1)\ \frac{x^2-4}{x^2-4x+4} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-2)} = \frac{x+2}{x-2}$$



$$2)\ \frac{5z+10}{z-3} \times \frac{z^3-27}{(z^2+6z+8)}$$

$$\frac{5(z+2)}{z-3} \times \frac{(z-3)(z^2+3z+9)}{(z+2)(z+4)} = \frac{5(z^2+3z+9)}{z+4}$$

$$3)\ \frac{16-x^2}{3x+5} \times \frac{(3x^2+2x-5)}{(x^2+3x-4)}$$

$$\frac{(4+x)(4-x)}{3x+5} \times \frac{(3x+5)(x-1)}{(x+4)(x-1)} = 4 - x$$

$$4)\ \frac{8+t^3}{4-2t+t^2} \div \frac{(2+t)^3}{t^2+9t+14}$$

$$\frac{8+t^3}{4-2t+t^2} \times \frac{t^2+9t+14}{(2+t)^3}$$

$$\frac{(2+t)(4-2t+t^2)}{4-2t+t^2} \times \frac{(t+2)(t+7)}{(2+t)^3} = \frac{t+7}{2+t}$$

تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها

مثال3 اكتب المقدار الجبري النسبي بأبسط صورة:

$$\frac{y^2}{(y+2)} - \frac{4}{(y+2)}$$

$$\frac{y^2-4}{(y+2)} = \frac{(y-2)\cancel{(y+2)}}{\cancel{(y+2)}} = y-2$$

مثال4 اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

1) $\frac{7x-14}{x^2-4} + \frac{5}{(x+2)}$

$$\frac{7\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)} + \frac{5}{(x+2)} = \frac{7+5}{x+2} = \frac{12}{x+2}$$

2) $\frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3}$

$$\frac{(4z)(z+3)-(z)(2z-5)}{(2z-5)(z+3)}$$

$$\frac{4z^2+12z-2z^2+5z}{(2z-5)(z+3)} = \frac{2z^2+17z}{(2z-5)(z+3)}$$

$$= \frac{z(2z+17)}{(2z-5)(z+3)}$$

3) $\frac{t^2+2t+4}{t^3-8} + \frac{12}{3t-6}$

$$\frac{\cancel{t^2+2t+4}}{(t-2)\cancel{(t^2+2t+4)}} + \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{3}(t-2)} = \frac{1+4}{t-2} = \frac{5}{t-2}$$

4) $\frac{8}{v+4} + \frac{2}{v-4} - \frac{1}{v^2-16}$

$$\frac{8(v-4)+2(v+4)}{(v+4)(v-4)} - \frac{1}{(v+4)(v-4)}$$

$$\frac{8(v-4)+2(v+4)-1}{(v+4)(v-4)}$$

$$\frac{8v-32+2v+8-1}{(v+4)(v-4)} = \frac{10v-25}{(v+4)(v-4)}$$

$$= \frac{5(2v-5)}{(v+4)(v-4)}$$

تأكد من فهمك

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

1) $\frac{2z^2-4z+2}{z^2-7z+6}$

$$\frac{2(z^2-2z+1)}{(z-6)(z-1)} = \frac{2(z-1)\cancel{(z-1)}}{(z-6)\cancel{(z-1)}} = \frac{2(z-1)}{(z-6)}$$

2) $\frac{y^3+27}{y^3-3y^2+9y}$

$$\frac{(y+3)\cancel{(y^2-3y+9)}}{y\cancel{(y^2-3y+9)}} = \frac{y+3}{y}$$

3) $\frac{5x+3}{x+3} \times \frac{x^2+5x+6}{25x^2-9}$

$\frac{5x+3}{x+3} \times \frac{(x+2)(x+3)}{(5x+3)(5x-3)} = \frac{x+2}{5x-3}$

4) $\frac{z^2+7z-8}{z-1} \times \frac{z^2-4}{z^2+6z-16}$

$\frac{(z+8)(z-1)}{z-1} \times \frac{(z+2)(z-2)}{(z+8)(z-2)} = z+2$

5) $\frac{x^2-9}{x^2-4x+4} \times \frac{x^2-4}{x^2-x-6}$

$\frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x-2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x+3}{x-2}$

6) $\frac{2y^2-2y}{y^2-9} \div \frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3}$

$\frac{2y^2-2y}{y^2-9} \times \frac{y^2+2y-3}{y^2+y-2}$

$\frac{2y(y-1)}{(y-3)(y+3)} \times \frac{(y+3)(y-1)}{(y+2)(y-1)} = \frac{2y(y-1)}{(y-3)(y+2)}$

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

7) $\frac{2}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-4x+3}$

$\frac{2}{(x-3)(x+3)} + \frac{3}{(x-3)(x-1)}$

$\frac{2(x-1)}{(x-3)(x+3)(x-1)} + \frac{3(x+3)}{(x-3)(x+3)(x-1)}$

$\frac{2(x-1)+3(x+3)}{(x-3)(x+3)(x-1)}$

8) $\frac{2y^3-128}{y^3+4y^2+16y} - \frac{y-1}{y}$

$\frac{2(y^3-64)}{y(y^2+4y+16)} - \frac{y-1}{y}$

$\frac{2(y-4)(y^2+4y+16)}{y(y^2+4y+16)} - \frac{y-1}{y}$

$\frac{2(y-4)-(y-1)}{y} = \frac{2y-8-y+1}{y} = \frac{y-7}{y}$

9) $\frac{z^2+z+1}{z^4-z} - \frac{z+3}{z^2+2z-3}$

$\frac{z^2+z+1}{z(z^3-1)} - \frac{z+3}{(z+3)(z-1)}$

$\frac{z^2+z+1}{z(z-1)(z^2+z+1)} - \frac{1}{z-1} = \frac{1}{z(z-1)} - \frac{1}{z-1}$

$= \frac{1-z}{z(z-1)} = \frac{-(z-1)}{z(z-1)} = \frac{-1}{z}$

10) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} - 1$

$\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-1)} - 1 = \frac{x+1-(x-1)}{x-1}$

$= \frac{x+1-x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$

11) $\frac{3}{z-1} + \frac{2}{z+3} + \frac{8}{z^2+2z-3}$

$\frac{3(z+3)+2(z-1)}{(z-1)(z+3)} + \frac{8}{(z+3)(z-1)}$

$\frac{3z+9+2z-2+8}{(z+3)(z-1)} = \frac{5z+15}{(z+3)(z-1)} = \frac{5(z+3)}{(z+3)(z-1)}$

$= \frac{5}{z-1}$

12) $\frac{y-3}{y-1}+\frac{5y-15}{(y-3)^2}-\frac{3y+1}{y^2-4y+3}$

$\frac{y-3}{y-1}+\frac{5(y-3)}{(y-3)^2}-\frac{3y+1}{(y-3)(y-1)}$

$\frac{y-3}{y-1}+\frac{5}{y-3}-\frac{3y+1}{(y-3)(y-1)}$

$\frac{(y-3)(y-3)+5(y-1)-(3y+1)}{(y-1)(y-3)}$

$\frac{y^2-3y-3y+9+5y-5-3y-1}{(y-1)(y-3)}$

$\frac{y^2-4y+3}{(y-1)(y-3)}=\frac{(y-1)(y-3)}{(y-1)(y-3)}=1$

تدرب وحل التمرينات

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

13) $\frac{x+5}{12x}\times\frac{6x-30}{x^2-25}$

$\frac{x+5}{12x}\times\frac{6(x-5)}{(x-5)(x+5)}=\frac{1}{2x}$

14) $\frac{y+3}{2y^2+6y+18}\times\frac{y^3-27}{y^2-9}$

$\frac{y+3}{2(y^2+3y+9)}\times\frac{(y-3)(y^2+3y+9)}{(y-3)(y+3)}=\frac{1}{2}$

15) $\frac{3-x}{4-2x}\times\frac{x^2+x-6}{9-x^2}$

$\frac{3-x}{2(2-x)}\times\frac{(x+3)(x-2)}{(3+x)(3-x)}=\frac{(x-2)}{2(2-x)}$

$=\frac{(x-2)}{-2(x-2)}=-\frac{1}{2}$

16) $\frac{y+2}{2y-4}\div\frac{y^3+8}{y-2}$

$\frac{y+2}{2y-4}\times\frac{y-2}{y^3+8}$

$\frac{y+2}{2(y-2)}\times\frac{y-2}{(y+2)(y^2-2y+4)}$

$\frac{1}{2(y^2-2y+4)}$

17) $\frac{y^2-7y}{y^3-27}\div\frac{y^2-49}{y^2+3y+9}$

$\frac{y^2-7y}{y^3-27}\times\frac{y^2+3y+9}{y^2-49}$

$\frac{y(y-7)}{(y-3)(y^2+3y+9)}\times\frac{y^2+3y+9}{(y-7)(y+7)}$

$\frac{y}{(y-3)(y+7)}$

18) $\frac{64-z^3}{32+8z+2z^2}\div\frac{(4-z)^2}{16-z^2}$

$\frac{64-z^3}{32+8z+2z^2}\times\frac{16-z^2}{(4-z)^2}$

$\frac{(4-z)(16+4z+z^2)}{2(16+4z+z^2)}\times\frac{(4-z)(4+z)}{(4-z)(4-z)}=\frac{4+z}{2}$

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

19) $\frac{5}{x^2-36} - \frac{2}{x^2-12x+36}$

$\frac{5}{(x-6)(x+6)} - \frac{2}{(x-6)(x-6)}$

$\frac{5-2(x+6)}{(x-6)(x+6)} = \frac{5-2x-12}{(x-6)(x+6)} = \frac{-7-2x}{(x-6)(x+6)}$

20) $\frac{y^2-y}{y^3-1} - \frac{1}{y^2+y+1}$

$\frac{y(y-1)}{(y-1)(y^2+y+1)} - \frac{1}{y^2+y+1}$

$\frac{y-1}{y^2+y+1}$

21) $\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{x^3-8}$

$\frac{3-1}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{x-2}$

22) $\frac{y-5}{y+1} + \frac{y-1}{y+5} - \frac{25}{y^2+6y+5}$

$\frac{(y-5)(y+5)+(y-1)(y+1)}{(y+1)(y+5)} - \frac{25}{(y+1)(y+5)}$

$\frac{y^2+5y-5y-25+y^2+y-y-1-25}{(y+1)(y+5)}$

$\frac{2y^2-51}{(y+1)(y+5)}$

تدرب وحل مسائل حياتية

23) مكتبة: إذا كان المقدار الجبري $4 - x^2$ يمثل عدد الكتب العلمية في المكتبة والمقدار الجبري $x^2 + x - 6$ يمثل عدد الكتب الأدبية فيها اكتب نسبة الكتب العلمية الى الكتب الأدبية بأبسط صورة.

الحل

$\frac{\text{الكتب العلمية}}{\text{الكتب الادبية}} = \frac{x^2-4}{x^2+x-6}$

$= \frac{(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x+2}{x+3}$

24) هندسة: مستطيل ابعاده 3 , 5 أمتار وسع الى مستطيل أكبر وذلك بإحاطته بممر عرضه x متر اكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع نسبتي طول المستطيل قبل التوسيع الى طوله بعد التوسيع ونسبة عرض المستطيل قبل التوسيع الى عرضه بعد التوسيع بأبسط صورة.

الحل

$\frac{\text{عرض المستطيل قبل التوسيع}}{\text{عرض المستطيل بعد التوسيع}} + \frac{\text{طول المستطيل قبل التوسيع}}{\text{طول المستطيل بعد التوسيع}}$

$\frac{5}{x+5} + \frac{3}{x+3} = \frac{5(x+3)+3(x+5)}{(x+5)(x+3)}$

$= \frac{5x+15+3x+15}{(x+5)(x+3)} = \frac{8x+30}{(x+5)(x+3)}$

25) العاب نارية : المقدار الجبـــــــــري

$20 + 15t - 5t^2$ يمثل الارتفاع بالأمتار لقذيفة العاب نارية اطلقت من سطح بناية ارتفاعها 20 متراً أذ t تمثل زمن وصول القذيفة بالثواني الى الهدف والمقدار الجبري $4 + 19t - 5t^2$ يمثل ارتفاع قذيفة أخرى اطلقت من سطح بناية ارتفاعها 4 امتار اكتب نسبة ارتفاع القذيفة الأولى الى ارتفاع القذيفة الثانية بأبسط صورة.

الحل

$$\frac{\text{ارتفاع القذيفة الاولى}}{\text{ارتفاع القذيفة الثانية}} = \frac{20 + 15t - 5t^2}{4 + 19t - 5t^2}$$

$$= \frac{5(4 + 3t - t^2)}{4 + 19t - 5t^2} = \frac{5(1 + t)(4 - t)}{(1 + 5t)(4 - t)}$$

$$= \frac{5(1 + t)}{(1 + 5t)}$$

فكر

26) تحد: بسط المقدار الجبري الاتي الى ابسط صورة:

$$\frac{y^2 - 5}{2y^3 - 16} \div \frac{y - \sqrt{5}}{2y^2 + 4y + 8}$$

الحل

$$\frac{y^2 - 5}{2y^3 - 16} \times \frac{2y^2 + 4y + 8}{y - \sqrt{5}}$$

$$\frac{(y-\sqrt{5})(y+\sqrt{5})}{2(y^3 - 8)} \times \frac{2(y^2 + 2y + 4)}{y - \sqrt{5}}$$

$$\frac{y+\sqrt{5}}{2(y-2)(y^2+2y+4)} \times 2(y^2 + 2y + 4)$$

$$\frac{y+\sqrt{5}}{y-2}$$

27) اصحح الخطأ: بسطت سماح المقدار الجبري وكتبته بأبسط صورة كمت يأتي:

$$\frac{z^2 - z - 30}{5 + z} \times \frac{2z + 12}{z^2 - 36} = 1$$

اكتشف خطأ سماح وصححه.

$$\frac{z^2 - z - 30}{5 + z} \times \frac{2z + 12}{z^2 - 36}$$

$$\frac{(z-6)(z+5)}{5 + z} \times \frac{2(z + 6)}{(z - 6)(z + 6)} = 2$$

28) حس عددي: ما ناتج جمـــــع المقدارين الجبريين بدون استعمـــــال الورقة والقلم؟ وضح اجابتك

$$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)}$$

الحل

$$\frac{5}{(x - 7)(x+7)} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)}$$

$$\frac{5-4}{(x-7)(x+7)} = \frac{1}{(x-7)(x+7)}$$

اكتب

قيمة المقدار الجبري بأبسط صورة:

$$\frac{z^2 + z - 6}{2z^2 + 2z - 12} \div \frac{z^2 - 16}{2z + 8}$$

$$\frac{z^2 + z - 6}{2z^2 + 2z - 12} \times \frac{2z + 8}{z^2 - 16}$$

$$\frac{z^2+z-6}{2(z^2+z-6)} \times \frac{2(z+4)}{(z-4)(z+4)} = \frac{1}{z-4}$$

الفصل الثالث / المعادلات

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

مثال2 جد مجموعة الحل للنظام بيانياً:

$x - y = 1 \;........(1)$

$x + y = 3 \;........(2)$

الحل

$x - y = 1$

$(0) - y = 1 \Rightarrow -y = 1 \Rightarrow \boxed{y = -1}$

$(1) - y = 1 \Rightarrow -y = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{y = 0}$

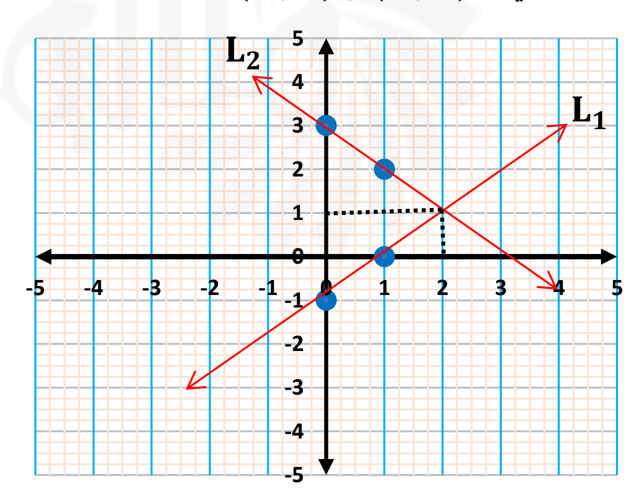
نقاط L_1 هي : $(0 , -1)$ ، $(1 , 0)$

$x + y = 3$

$(0) + y = 3 \Rightarrow \boxed{y = 3}$

$(1) + y = 3 \Rightarrow y = 3 - 1 \Rightarrow \boxed{y = 2}$

نقاط L_2 هي : $(0 , 3)$, $(1 , 2)$



مجموعة حل النظام $S = \{(2,1)\}$

اذا طلب في السؤال تحقق من صحة الحل فالتحقق كالاتي:

نعوض مجموعة الحل S عن قيمة x,y في كلا المعادلتين (1) و (2)

$x - y = 1 \Rightarrow 2 - 1 = 1 \Rightarrow 1 = 1$

$x + y = 3 \Rightarrow 2 + 1 = 3 \Rightarrow 3 = 3$

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

مثال3 جد مجموعة الحل للنظام باستعمال التعويض:

1) $y = 4x \;...\; (1)$, $y = x + 6 \;....\; (2)$

الحل نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

$4x = x + 6 \Rightarrow 4x - x = 6$

$3x = 6 \overset{\div 3}{\Rightarrow} \boxed{x = 2}$

نعوض قيمة x في معادلة (1) لإيجاد قيمة y

$y = 4(2) \Rightarrow \boxed{y = 8}$

مجموعة حل النظام $S = \{(2,8)\}$

2) $x + 8y = 10 \ldots(1)\ ,\ x - 4y = 2 \ldots(2)$

من معادلة (2) نحصل على $x = 2 + 4y \ldots(3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$2 + 4y + 8y = 10 \Rightarrow 2 + 12y = 10$

$12y = 10 - 2 \Rightarrow 12y = 8\ ]_{\div 12}$

$y = \frac{8}{12} \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}}$

نعوض قيمة y في معادلة (3) للحصول على x

$x = 2 + 4(\frac{2}{3}) = 2 + \frac{8}{3} = \frac{6+8}{3} = \boxed{\frac{14}{3}}$

$S = \{(\frac{14}{3}, \frac{2}{3})\}$ مجموعة حل النظام

حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف

مثال4 جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف:

1) $x + 2y = 5 \ldots(1)\ ,\ 3x - y = 1 \ldots(2)$

الحل نضرب معادلة (2) في 2

$6x - 2y = 2 \ldots\ (3)$

$x + 2y = 5 \ldots\ (1)$

بالجمع

$7x = 7 \overset{\div 7}{\Rightarrow} \boxed{x = 1}$

نعوض قيمة x في معادلة (1)

$1 + 2y = 5 \Rightarrow 2y = 4 \overset{\div 2}{\Rightarrow} \boxed{y = 2}$

$S = \{(1\ ,\ 2)\}$ مجموعة حل النظام

2) $3x + 4y = 10 \ldots\ (1)$

$2x + 3y = 7 \quad \ldots\ (2)$

الحل نضرب معادلة (1) في 2 ومعادلة (3) في 3

$6x + 8y = 20$

$\mp 6x \mp 9y = \mp 21$ بالطرح

$-y = -1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$

نعوض قيمة y في معادلة (1) لإيجاد قيمة x

$3x + 4(1) = 10 \Rightarrow 3x + 4 = 10$

$3x = 10 - 4 \Rightarrow 3x = 6 \overset{\div 3}{\Rightarrow} \boxed{x = 2}$

$S = \{(2\ ,\ 1)\}$ مجموعة حل النظام

تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل للنظام بيانياً:

1) $3x - y = 6 \ \ldots\ (1)$

$x - y = 3 \ \ldots\ (2)$

الحل

$3x - y = 6$

$3(0) - y = 6 \Rightarrow -y = 6 \Rightarrow \boxed{y = -6}$

$3(1) - y = 6 \Rightarrow 3 - y = 6 \Rightarrow -y = 6 - 3$

$-y = 3 \Rightarrow \boxed{y = -3}$

نقاط L_1 هي : $(0\ ,\ -6)$ ، $(1\ ,\ -3)$

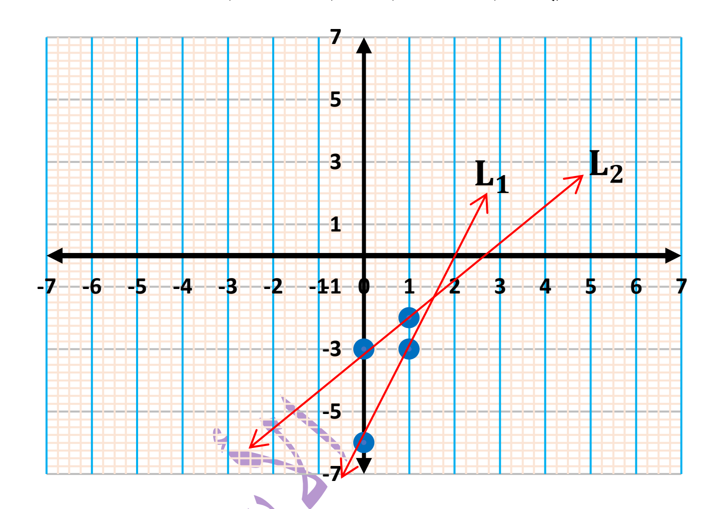
$x - y = 3$

$0 - y = 3 \Rightarrow -y = 3 \Rightarrow \boxed{y = -3}$

$1 - y = 3 \Rightarrow -y = 3 - 1$

$-y = 2 \Rightarrow \boxed{y = -2}$

نقاط L_2 هي : $(0 , -3)$ ، $(1 , -2)$



مجموعة حل النظام $S = \{(\frac{3}{2} , -\frac{3}{2})\}$

2) $y - x = 3 \quad \dots (1)$

$y + x = 0 \quad \dots (2)$

الحل

$y - x = 3$

$y - 0 = 3 \Rightarrow \boxed{y = 3}$

$y - 1 = 3 \Rightarrow y = 3 + 1 \Rightarrow \boxed{y = 4}$

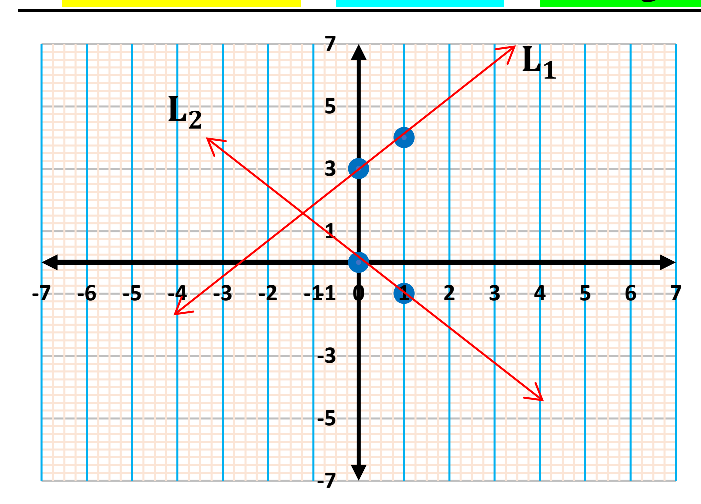
نقاط L_1 هي : $(0 , 3)$ ، $(1 , 4)$

$y + x = 0$

$y + 0 = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0}$

$y + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{y = -1}$

نقاط L_2 هي : $(0 , 0)$ ، $(1 , -1)$



مجموعة حل النظام $S = \{(-\frac{3}{2} , \frac{3}{2})\}$

3) $y = x - 2 \quad \dots (1)$

$y = 3 - x \quad \dots (2)$

الحل

$y = x - 2$

$y = 0 - 2 \Rightarrow \boxed{y = -2}$

$y = 1 - 2 \Rightarrow \boxed{y = -1}$

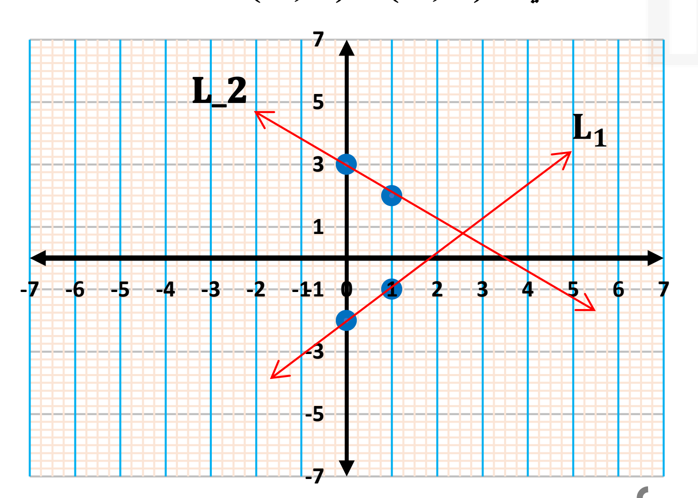
نقاط L_1 هي : $(0 , -2)$ ، $(1 , -1)$

$y = 3 - x$

$y = 3 - 0 \Rightarrow \boxed{y = 3}$

$y = 3 - 1 \Rightarrow \boxed{y = 2}$

نقاط L_2 هي : $(0 , 3)$ ، $(1 , 2)$



مجموعة حل النظام $S = \{(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي:

4) $2x + 3y = 1 \quad .... (1)$

$3x - 2y = 0 \quad .... (2)$

الحل من معادلة (2) نحصل على:

$3x = 2y \overset{\div 3}{\Rightarrow} x = \frac{2}{3} y \quad .... (3)$

نعوض معادلة (3) في (1)

$2(\frac{2}{3} y) + 3y = 1 \Rightarrow \frac{4}{3} y + 3y = 1$

$(\frac{4}{3} + 3) y = 1 \Rightarrow \frac{13}{3} y = 1 \;]_{\times \frac{3}{13}}$

$\frac{13}{3} \times \frac{3}{13} y = 1 \times \frac{3}{13} \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{13}}$

نعوض قيمة y في معادلة (3) للحصول على x

$x = \frac{2}{3} \times \frac{3}{13} \Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{13}}$

مجموعة حل النظام $S = \{(\frac{2}{13}, \frac{3}{13})\}$

5) $x - 2y = 11 \quad .... (1)$

$2x - 3y = 18 \quad .... (2)$

الحل من معادلة (1) نحصل على:

$x = 11 + 2y \quad .... (3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$2(11 + 2y) - 3y = 18$

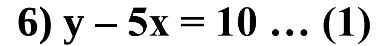
$22 + 4y - 3y = 18$

$y = 18 - 22 \Rightarrow \boxed{y = -4}$

نعوض قيمة y في معادلة (3) للحصول على x

$x = 11 + 2(-4) = 11 - 8 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

مجموعة حل النظام $S = \{(3, -4)\}$



6) $y - 5x = 10 \quad ... (1)$

$y - 3x = 8 \quad .... (2)$

الحل من معادلة (1) نحصل على:

$y = 10 + 5x \quad .... (3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$10 + 5x - 3x = 8$

$2x = 8 - 10 \Rightarrow 2x = -2 \;]_{\div 2}$

$\boxed{x = -1}$

نعوض قيمة x في معادلة (3) للحصول على y

$y = 10 + 5(-1) = 10 - 5 \Rightarrow \boxed{y = 5}$

مجموعة حل النظام $S = \{(-1, 5)\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي:

7) $3x - 4y = 12 \quad .... (1)$

$5x + 2y = -6 \quad .... (2)$

الحل نضرب معادلة (2) في 2

$10x + 4y = -12 \quad ... (3)$

$3x - 4y = 12 \quad .... (1)$

بالجمع

$13x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

نعوض قيمة x في معادلة (2) للحصول على y

$5(0) + 2y = -6 \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow \boxed{y = -3}$

مجموعة حل النظام $S = \{(0, -3)\}$

$8)\ x - 3y = 6$ ….. (1)

$2x - 4y = 24$ …. (2)

الحل نضرب معادلة (1) في 2 نحصل على:

$2x - 6y = 12$ ….. (3)

$\mp 2x \pm 4y = \mp 24$ ….. (4) بالطرح

$-2y = -12\ ]_{\div(-2)}$

$\boxed{y = 6}$

نعوض قيمة y في معادلة (1) للحصول على x

$x - 3(6) = 6 \Rightarrow x - 18 = 6$

$x = 6 + 18 \Rightarrow \boxed{x = 24}$

$S = \{(24, 6)\}$ مجموعة حل النظام

$9)\ 3y - 2x - 7 = 0$ …. (1)

$y + 3x + 5 = 0$ …. (2)

الحل نرتب المعادلتان (1) و (2) كالاتي:

$3y - 2x = 7$ …. (1)

$y + 3x = -5$ …. (2)

نضرب معادلة (2) في 3 نحصل على:

$3y + 9x = -15$ ….. (3)

$\mp 3y \pm 2x = \mp 7$ ….. (1) بالطرح

$11x = -22\ ]_{\div 11}$

$\boxed{x = -2}$

نعوض قيمة x في معادلة (2) للحصول على y

$y + 3(-2) = -5$

$y - 6 = -5 \Rightarrow y = -5 + 6 \Rightarrow \boxed{y = 1}$

$S = \{(-2, 1)\}$ مجموعة حل النظام

جد مجموعة الحل للنظام وتحقق من صحة الحل:

$10)\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1$ …… (1)

$y - \frac{x}{3} = 4$ …… (2)

الحل نرتب المعادلتان (1) و (2) كالاتي:

$\frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1$ …… (1)

$-\frac{x}{3} + y = 4$ ….. (2)

نضرب معادلة (1) في 6 ومعادلة (2) في 3

$4x - 3y = 6$ …. (3)

$-x + 3y = 12$ …… (4) بالجمع

$4x - x = 6 + 12$

$3x = 18 \overset{\div 3}{\Rightarrow} \boxed{x = 6}$

نعوض قيمة x في أي معادلة ولتكن (2) لإيجاد y

$-\frac{6}{3} + y = 4 \Rightarrow -2 + y = 4 \Rightarrow \boxed{y = 6}$

$S = \{(6, 6)\}$ مجموعة حل النظام

للتحقق من صحة الحل نعوض قيم x , y في أي معادلة ولتكن (3)

$4(6) - 3(6) = 6 \Rightarrow 24 - 18 = 6$

$6 = 6$



11) $0.2\,x - 6y = 4 \;....\; (1)$

$0.1\,x - 7y = -2 \;...\; (2)$

الحل نضرب معادلة (2) في 2

$0.2\,x - 14y = -4 \;....\; (3)$

$\mp 0.2\,x \pm 6y = \mp 4 \;.....\; (1)$ بالطرح

$-14y + 6y = -4 - 4$

$-8y = -8 \xrightarrow{\div(-8)}$ $\boxed{y = 1}$

نعوض قيمة y في معادلة (1) للحصول على x

$0.2\,x - 6(1) = 4 \Rightarrow 0.2\,x - 6 = 4$

$0.2\,x = 4 + 6 \Rightarrow 0.2\,x = 10 \;]_{\div 0.2}$

$x = \frac{10}{0.2} \Rightarrow \boxed{x = 50}$

$S = \{(50 , 1)\}$ مجموعة حل النظام

للتحقق من صحة الحل نعوض قيم x , y في أي معادلة ولتكن معادلة (2)

$0.1(50) - 7(1) = -2$

$5 - 7 = -2 \Rightarrow -2 = -2$

12) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4} \;....\; (1)$

$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4} \;.....\; (2)$

الحل نبسط المعادلتان (1) و (2) من اليمين

$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4} \;....\; (1)$

$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{25}{4} \;.....\; (2)$

نضرب المعادلتان (1) و (2) في 12 نحصل على:

$6x + 8y = 33 \;....\; (3)$

$3x - 8y = 75 \;....\; (4)$ بالجمع

$6x + 3x = 33 + 75$

$9x = 108 \overset{\div 9}{\Rightarrow} x = \frac{108}{9} \Rightarrow \boxed{x = 12}$

نعوض قيمة x في معادلة (3) للحصول على y

$6(12) + 8y = 33 \Rightarrow 72 + 8y = 33$

$8y = 33 - 72 \Rightarrow 8y = -39 \;]_{\div 8}$

$\boxed{y = \frac{-39}{8}}$

$S = \{(12 , \frac{-39}{8})\}$ مجموعة حل النظام

للتحقق من صحة الحل نعوض قيم x , y في أي معادلة ولتكن معادلة (3)

$6(12) + 8(\frac{-39}{8}) = 33$

$72 - 39 = 33$

$33 = 33$

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة الحل للنظام بيانياً:

13) $x - y = -4 \;....\; (1)$

$y + x = 6 \;......\; (2)$

الحل

$x - y = -4$

$0 - y = -4 \Rightarrow -y = -4 \Rightarrow \boxed{y = 4}$

$1 - y = -4 \Rightarrow -y = -4 - 1 \Rightarrow -y = -5$

$\boxed{y = 5}$

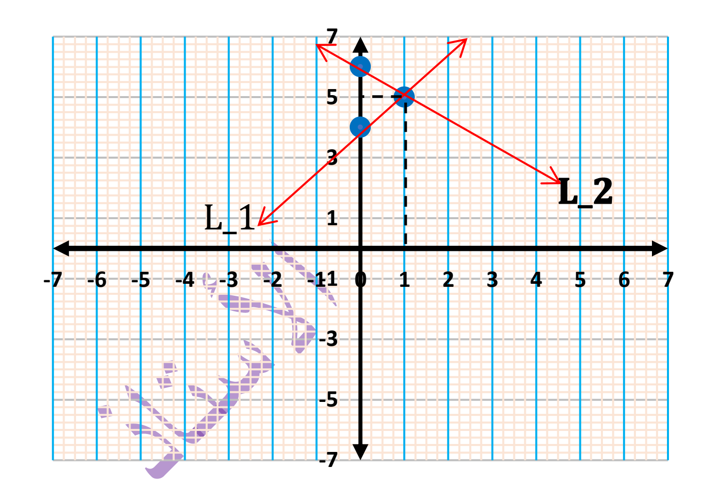
نقاط L_1 هي : $(0 , 4)$ ، $(1 , 5)$

$y + x = 6$

$y + 0 = 6 \Rightarrow \boxed{y = 6}$

$y + 1 = 6 \Rightarrow y = 6 - 1 \Rightarrow \boxed{y = 5}$

نقاط L_2 هي : $(0 , 6)$ ، $(1 , 5)$



مجموعة حل النظام $S = \{(1 , 5)\}$

14) $y = x - 4$ ..... (1)

$x = 2 - y$ ..... (2)

الحل

$y = x - 4$

$y = 0 - 4 \Rightarrow \boxed{y = - 4}$

$y = 1 - 4 \Rightarrow \boxed{y = - 3}$

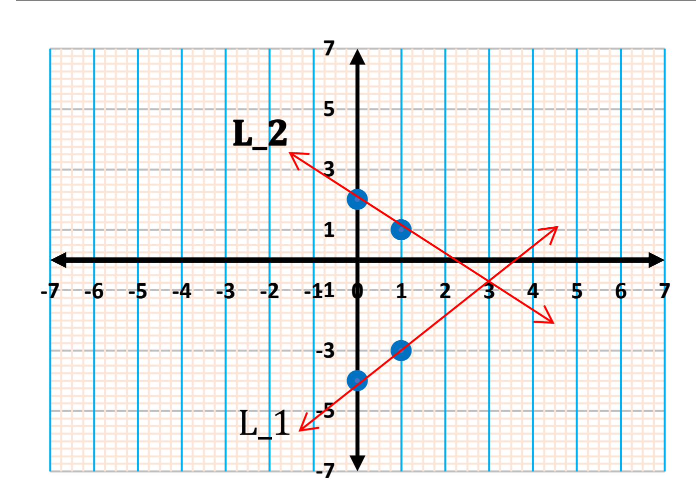
نقاط L_1 هي : $(0 , - 4)$ ، $(1 , - 3)$

$x = 2 - y$

$0 = 2 - y \Rightarrow \boxed{y = 2}$

$1 = 2 - y \Rightarrow y = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$

نقاط L_2 هي : $(0 , 2)$ ، $(1 , 1)$



مجموعة حل النظام $S = \{(3 , - 1)\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي:

15) $3x + 2y = 2$ .... (1)

$x - y = 8$ ..... (2)

الحل

من معادلة (2) نحصل على:

$x = 8 + y$ .... (3)

نعوض معادلة (3) في معادلة (1) نحصل على:

$3(8 + y) + 2y = 2 \Rightarrow 24 + 3y + 2y = 2$

$5y = 2 - 24 \Rightarrow 5y = - 22 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-22}{5}}$

نعوض قيمة y في معادلة (3) نحصل على x

$x = 8 + (\frac{-22}{5}) = 8 - \frac{22}{5} = \frac{40 - 22}{5}$

$\boxed{x = \frac{18}{5}}$

مجموعة حل النظام $S = \{(\frac{18}{5} , \frac{-22}{5})\}$

16) $2x - y = -4$ ..... (1)

$3x - y = 3$ ...... (2)

الحل من معادلة (2) نحصل على:

$y = 3x - 3$ .... (3)

نعوض معدلة (3) في معادلة (1) نحصل على:

$2x - (3x - 3) = -4$

$2x - 3x + 3 = -4 \Rightarrow -x = -4 - 3$

$-x = -7 \Rightarrow \boxed{x = 7}$

نعوض قيمة x في معادلة (3) نحصل على y

$y = 3(7) - 3 \Rightarrow y = 21 - 3 \Rightarrow \boxed{y = 18}$

$S = \{(7, 18)\}$ مجموعة حل النظام

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي:

17) $3x = 22 - 4y$ .... (1)

$4y = 3x - 14$ .... (2)

الحل نرتب المعادلتان (1) و (2) كالاتي:

$3x + 4y = 22$ ... (1)

$-3x + 4y = -14$ ... (2) بالجمع

$4y + 4y = 22 - 14 \Rightarrow 8y = 8 \ ]_{\div 8}$

$\boxed{y = 1}$

نعوض قيمة y في معادلة (1) للحصول على x

$3x = 22 - 4(1) \Rightarrow 3x = 22 - 4$

$3x = 18 \overset{\div 3}{\Rightarrow} \boxed{x = 6}$

$S = \{(6, 1)\}$ مجموعة حل النظام

18) $5x - 3y = 6$ ... (1)

$2x + 5y = -10$ ... (2)

الحل نضرب معادلة (1) في 5 ونضرب معادلة (2) في 3 نحصل على:

$25x - 15y = 30$ .... (3)

$6x + 15y = -30$ .... (4) بالجمع

$25x + 6x = 30 - 30$

$31x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

نعوض قيمة x في معادلة (2) لإيجاد y

$2(0) + 5y = -10 \Rightarrow 5y = -10 \ ]_{\div 5}$

$\boxed{y = -2}$

$S = \{(0, -2)\}$ مجموعة حل النظام

جد مجموعة الحل للنظام وتحقق من صحة الحل:

19) $\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 2$ .... (1)

$2x + 3y = 6$ .... (2)

الحل نضرب معادلة (1) في 3 نحصل على:

$x - y = 6 \Rightarrow x = 6 + y$ ..... (3)

نعوض معادلة (3) في معادلة (2) نحصل على:

$2(6 + y) + 3y = 6 \Rightarrow 12 + 2y + 3y = 6$

$5y = 6 - 12 \Rightarrow 5y = -6 \overset{\div 5}{\Rightarrow} \boxed{y = \frac{-6}{5}}$

نعوض قيمة y في معادلة (3) لإيجاد x

$x = 6 + (\frac{-6}{5}) = 6 - \frac{6}{5} = \frac{30 - 6}{5} \Rightarrow \boxed{x = \frac{24}{5}}$

$S = \{(\frac{24}{5}, \frac{-6}{5})\}$ مجموعة حل النظام

20) $0.2x - 3y = 3 \quad .... (1)$

$0.1x - 6y = -3 \quad ... (2)$

الحل

نضرب معادلة (2) في 2 نحصل على:

$0.2x - 12y = -6 \quad ..... (3)$

$\mp 0.2x \pm 3y = \mp 3 \quad ...... (1)$ بالطرح

$-12y + 3y = -6 - 3 \Rightarrow -9y = -9 \;]_{\div(-9)}$

$\boxed{y = 1}$

نعوض قيمة y في معادلة (2) لإيجاد x

$0.1x - 6(1) = -3 \Rightarrow 0.1x - 6 = -3$

$0.1x = -3 + 6 \Rightarrow 0.1x = 3 \;]_{\div 0.1}$

$x = \frac{3}{0.1} \Rightarrow \boxed{x = 30}$

$S = \{(30, 1)\}$ مجموعة حل النظام

تدرب وحل مسائل حياتية

21) طقس: تقل عدد الأيام (x) التي تنخفض فيها درجة الحرارة في مدينة بغداد لشهر كانون الثاني عن 10 درجات سيليزية بمقدار 9 أيام على عدد الأيام y التي تزداد فيها درجة الحرارة على 10 درجات سيليزية اكتب معادلتين تمثل هذا الموقف ثم جد حلهما بطريقة الحذف لإيجاد عدد الأيام في كل حالة.

الحل

عدد الأيام التي تنخفض فيها درجة الحرارة = x

عدد الأيام التي ترتفع فيها درجة الحرارة = y

عدد أيام شهر كانون الثاني = 31

$x + y = 31 \quad .... (1)$

$x - y = 9 \quad .... (2)$ بالجمع

$2x = 31 + 9 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow \boxed{x = 20}$

نعوض قيمة x في معادلة (1) لإيجاد y

$20 + y = 31 \Rightarrow y = 31 - 20 \Rightarrow \boxed{y = 11}$

22) تجاره: باع متجر 25 ثلاجة وغسالة بسعر مليون دينار للثلاجة ونصف مليون دينار للغسالة اذا كان ثمن هذه الأجهزة 20 مليون دينار فكم جهازاً باع من كل نوع؟ اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلهما بطريقة التعويض.

الحل

نفرض عدد الثلاجات = x

نفرض عدد الغسالات = y

$x + y = 25 \quad .... (1)$

$1000000x + 500000y = 20000000 \quad ..(2)$

نقسم طرفي معادلة (2) على 500000

$2x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - 2x \quad ...(3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$x + 40 - 2x = 25$

$x - 2x = 25 - 40 \Rightarrow -x = -15$

$\boxed{x = 15}$

نعوض قيمة x في معادلة (3) لإيجاد y

$y = 40 - 2(15) = 40 - 30$

$\boxed{y = 10}$

23) حفلة تخرج: عمل سجاد وأنور حفلة بمناسبة تخرجهما من الكلية فكان عدد الأصدقاء الذين دعاهم سجاد أكثر بثلاثة من عدد الأصدقاء الذين دعاهم أنور وكان عدد المدعوين 23 شخصاً فكم شخصاً دعا كل منهما؟ اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلهما لإيجاد المطلوب.

الحل

نفرض عدد الأشخاص الذين دعاهم سجاد = x

نفرض عدد الأشخاص الذين دعاهم أنور = y

$x + y = 23 \quad ..... (1)$

$x - y = 3 \quad ..... (2)$ بالجمع

$2x = 26 \;]_{\div 2}$

$\boxed{x = 13}$

نعوض قيمة x في معادلة (1) لإيجاد y

$13 + y = 23 \Rightarrow y = 23 - 13 \Rightarrow \boxed{y = 10}$

فكر

24) تحدٍ: جد مجموعة الحل للنظام:

$\frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1 \quad ...... (1)$

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3 \quad .... (2)$

الحل

نضرب معادلة (1) في 6 ومعادلة (2) في 2

$2x - 2y = 6 \quad ..... (3)$

$x + y = 6 \Rightarrow x = 6 - y \quad .... (4)$

نعوض معادلة (4) في (3) نحصل على:

$2(6 - y) - 2y = 6$

$12 - 2y - 2y = 6$

$-4y = 6 - 12 \Rightarrow -4y = -6 \;]_{\div(-4)}$

$y = \frac{-6}{-4} \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{2}}$

نعوض قيمة y في معادلة (4) لإيجاد x

$x = 6 - \frac{3}{2} = \frac{12-3}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{9}{2}}$

$S = \{(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})\}$ مجموعة حل النظام

25) أصحح الخطأ: قال احمد ان مجموعة حل النظام:

$2x + 3y = 6$

$3x + 2y = 1$

هي المجموعة $\{ (\frac{5}{16}, \frac{5}{9}) \}$

أكتشف خطأ احمد وصححه.

الحل

$2x + 3y = 6 \quad .... (1)$

$3x + 2y = 1 \quad .... (2)$

نضرب معادلة (1) في 3 ومعادلة (2) في 2

$6x + 9y = 18 \quad .... (3)$

$\mp 6x \mp 4y = \mp 2 \quad .... (4)$ بالطرح

$5y = 16 \;]_{\div 5} \Rightarrow \boxed{y = \frac{16}{5}}$

نعوض قيمة y في معادلة (1) لإيجاد x

$2x + 3(\frac{16}{5}) = 6 \Rightarrow 2x + \frac{48}{5} = 6 \;]_{\times 5}$

$10x + 48 = 30 \Rightarrow 10x = 30 - 48$

$10x = -18 \Rightarrow x = \frac{-18}{10} \Rightarrow x = \frac{-9}{5}$

$S = \{(\frac{-9}{5}, \frac{16}{5})\}$ مجموعة حل النظام

اكتب

مجموعة الحل للنظام:

$5x - 6y = 0 \;....\; (1)$

$x + 2y = 4 \;.....\; (2)$

الحل من معادلة (2) نحصل على:

$x = 4 - 2y \;....\; (3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1) نحصل على:

$5(4 - 2y) - 6y = 0$

$20 - 10y - 6y = 0$

$-16y = -20 \Rightarrow y = \frac{-20}{-16} \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{4}}$

نعوض قيمة y في معادلة (3) لإيجاد x

$x = 4 - 2(\frac{5}{4}) \Rightarrow x = 4 - \frac{5}{2}$

$\boxed{x = \frac{3}{2}}$

$S = \{(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})\}$ مجموعة حل النظام

حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

حل المعادلات بالتحليل ((فرق بين مربعين))

مثال1 لوحة مربعة الشكل مساحتها $9m^2$ أكتب معادلة تمثل مساحة اللوحة ثم حلها لإيجاد طول ضلع اللوحة.

الحل نفرض طول ضلع اللوحة = x

مساحة اللوحة = طول الضلع تربيع

$x^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 9 = 0$

$(x - 3)(x + 3) = 0$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3m$ طول ضلع اللوحة

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ يهمل

مثال2 حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل:

$16 - y^2 = 0$

$(4 - y)(4 + y) = 0$

$4 - y = 0 \Rightarrow y = 4$

أو $4 + y = 0 \Rightarrow y = -4$

$S = \{-4, 4\}$

التحقق من صحة الحل: نعوض قيم $y = -4 , 4$ في المعادلة ويجب ان تحقق المعادلة وكالاتي:

$L.S = 16 - y^2 = 16 - (-4)^2 = 16 - 16 = 0$

$L.S = 16 - y^2 = 16 - (4)^2 = 16 - 16 = 0$

$L.S = R.S$

مثال3 حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

1) $4x^2 - 25 = 0$

$(2x - 5)(2x + 5) = 0$

$2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

أو $2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{2}$

$S = \{\frac{-5}{2} , \frac{5}{2}\}$

2) $3z^2 - 12 = 0$

$3(z^2 - 4) = 0]_{\div 3}$

$(z - 2)(z + 2) = 0$

$z - 2 = 0 \Rightarrow z = 2$

$z + 2 = 0 \Rightarrow z = -2$

$S = \{-2 , 2\}$

3) $2y^2 - 6 = 0$

$2(y^2 - 3) = 0]_{\div 2}$

$y^2 - 3 = 0$

$(y - \sqrt{3})(y + \sqrt{3}) = 0$

$y - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}$

أو

$y + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}$

$S = \{-\sqrt{3} , \sqrt{3}\}$

4) $x^2 - 5 = 0$

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$

$x - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5}$

أو

$x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$

$S = \{-\sqrt{5} , \sqrt{5}\}$

5) $(z + 1)^2 - 36 = 0$

$(z + 1 + 6)(z + 1 - 6) = 0$

$(z + 7)(z - 5) = 0$

$z + 7 = 0 \Rightarrow z = -7$

أو

$z - 5 = 0 \Rightarrow z = 5$

$S = \{-7 , 5\}$

حل المعادلات بخاصية الجذر التربيعي

مثال4 حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتحقق من صحة الحل:

$x^2 = 9$]بالجذر التربيعي $\Rightarrow x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

$S = \{3, -3\}$

التحقق من صحة الحل: نعوض قيم $y = -3, 3$ في المعادلة ويجب ان تحقق المعادلة وكالاتي:

$L.S = x^2 = (3)^2 = 9 = R.S$

$L.S = x^2 = (-3)^2 = 9 = R.S$

مثال5 حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

1) $y^2 = 36$]بالجذر التربيعي

$y = \pm\sqrt{36} \Rightarrow y = \pm 6$

$S = \{6, -6\}$

2) $z^2 = \frac{9}{25}$]بالجذر التربيعي

$z = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} \Rightarrow z = \pm\frac{3}{5}$

$S = \{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\}$

3) $x^2 + 81 = 0$

$x^2 = -81$ لا يوجد لها حل في الاعداد الحقيقية R

4) $3y^2 = 7$ $]_{\div 3}$

$y^2 = \frac{7}{3}$]بالجذر التربيعي $\Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$

$y = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

$S = \{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\}$

5) $4x^2 - 5 = 0$

$4x^2 = 5$ $]_{\div 4}$

$x^2 = \frac{5}{4}$]بالجذر التربيعي $\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

$S = \{\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}\}$

مثال6 حل المعادلات التالية:

1) $3\sqrt{x} = 18\ ]_{\div 3}$

$\sqrt{x} = 6\ ]$ بتربيع الطرفين

$x = 36 \Rightarrow S = \{36\}$

2) $\sqrt{y+8} = 3\ ]$ بتربيع الطرفين

$y + 8 = 9 \Rightarrow y = 9 - 8 \Rightarrow y = 1$

$S = \{1\}$

3) $\sqrt{5z} = 7\ ]$ بتربيع الطرفين

$5z = 49\ ]_{\div 5} \Rightarrow z = \frac{49}{5} \Rightarrow S = \{\frac{49}{5}\}$

4) $\sqrt{\frac{x}{13}} = 1\ ]$ بتربيع الطرفين

$\frac{x}{13} = 1 \Rightarrow x = 13 \Rightarrow S = \{13\}$



تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل:

1) $x^2 - 16 = 0$

$(x - 4)(x + 4) = 0$

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$ أو

$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

$S = \{-4, 4\}$

التحقق من صحة الحل: نعوض قيم $x = -4, 4$ في المعادلة ويجب ان تحقق المعادلة وكالاتي:

$L.S = x^2 - 16 = (-4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$

$L.S = x^2 - 16 = (4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$

$L.S = R.S$

2) $81 - y^2 = 0$

$(9 - y)(9 + y) = 0$

$9 - y = 0 \Rightarrow y = 9$ أو

$9 + y = 0 \Rightarrow y = -9$

$S = \{-9, 9\}$

التحقق من صحة الحل: نعوض قيم $y = -9, 9$ في المعادلة ويجب ان تحقق المعادلة وكالاتي:

$L.S = 81 - y^2 = 81 - (-9)^2 = 81 - 81 = 0$

$L.S = 81 - y^2 = 81 - (9)^2 = 81 - 81 = 0$

$L.S = R.S$

3) $2z^2 - 8 = 0$

$2(z^2 - 4) = 0 \,]_{\div 2}$

$(z - 2)(z + 2) = 0$

$z - 2 = 0 \Rightarrow z = 2$ أو

$z + 2 = 0 \Rightarrow z = -2$

$S = \{-2, 2\}$

التحقق من صحة الحل: نعوض قيم $z = -2, 2$ في المعادلة ويجب ان تحقق المعادلة وكالاتي:

$L.S = 2z^2 - 8 = 2(-2)^2 - 8 = 2(4) - 8$

$L.S = 8 - 8 = 0$

$L.S = 2z^2 - 8 = 2(2)^2 - 8 = 2(4) - 8$

$L.S = 8 - 8 = 0$

$L.S = R.S$

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

4) $4x^2 - 9 = 0$

$(2x - 3)(2x + 3) = 0$

$2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ أو

$2x + 3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

$S = \{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$

5) $5y^2 - 20 = 0$

$5(y^2 - 4) = 0 \,]_{\div 5}$

$(y - 2)(y + 2) = 0$

$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$ أو

$y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2$

$S = \{-2, 2\}$

6) $(y + 2)^2 - 49 = 0$

$(y + 2 - 7)(y + 2 + 7) = 0$

$(y - 5)(y + 9) = 0$

$y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$ أو

$y + 9 = 0 \Rightarrow y = -9$

$S = \{-9, 5\}$

7) $(3 - z)^2 - 1 = 0$

$(3 - z - 1)(3 - z + 1) = 0$

$(2 - z)(4 - z) = 0$

$2 - z = 0 \Rightarrow z = 2$ أو

$4 - z = 0 \Rightarrow z = 4$

$S = \{2, 4\}$

8) $x^2 - 3 = 0$

$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$

$x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{3}$ أو

$x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{3}$

$S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

9) $y^2 - \frac{1}{9} = 0$

$(y - \frac{1}{3})(y + \frac{1}{3}) = 0$

$y - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$ أو

$y + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$

$S = \{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي

10) $x^2 = 64$]بجذر الطرفين

$x = \pm\sqrt{64} \Rightarrow x = \pm 8$

$S = \{8, -8\}$

11) $z^2 = 7$]بجذر التربيعي

$Z = \pm\sqrt{7} \Rightarrow S = \{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$

12) $2y^2 = \frac{49}{8}$]طرفين في وسطين

$16y^2 = 49 \Rightarrow y^2 = \frac{49}{16}$]بجذر التربيعي

$y = \pm\sqrt{\frac{49}{16}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} \Rightarrow y = \pm\frac{7}{4}$

$S = \{\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}\}$

13) $6z^2 - 5 = 0$

$6z^2 = 5 \Rightarrow z^2 = \frac{5}{6}$]بجذر التربيعي

$z = \pm\sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow z = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

$S = \{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\}$

14) $4(x^2 - 12) = 33$ $]_{\div 4}$

$x^2 - 12 = \frac{33}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{33}{4} + 12$

$x^2 = \frac{81}{4}$]بجذر الطرفين

$x = \pm\sqrt{\frac{81}{4}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{4}} \Rightarrow x = \pm\frac{9}{4}$

$S = \{\frac{9}{4}, -\frac{9}{4}\}$

15) $z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

$z^2 = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{6}$]بجذر التربيعي

$z = \pm\sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow z = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{6}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}$

$S = \{\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\}$

حل المعادلات التالية:

16) $3\sqrt{x} = 15$ $]_{\div 3}$

$\sqrt{x} = 5$]بتربيع الطرفين $\Rightarrow x = 25$

17) $\sqrt{y-5} = 2$]بتربيع الطرفين

y – 5 = 4 ⟹ y = 4 + 5 ⟹ y = 9

S = {9}

18) $\sqrt{2z} = 6$]بتربيع الطرفين

2z = 36 $]_{\div 2}$ ⟹ z = 18 ⟹ S = {18}

تدرب وحل التمرينات

حل المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

19) $x^2 = 49$]بجذر التربيعي

$x = \pm\sqrt{49}$ ⟹ $x = \pm 7$

S = {- 7 , 7}

للتحقق من صحة الحل نعوض قيم x في المعادلة:

L.S = $x^2 = (-7)^2 = 49$ = R.S

L.S = $x^2 = (7)^2 = 49$ = R.S

20) $5y^2 - 10 = 0$

$5y^2 = 10\ ]_{\div 5}$ ⟹ $y^2 = 2$]بجذر التربيعي

$y = \pm\sqrt{2}$ ⟹ S = {- $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$}

للتحقق من صحة الحل نعوض قيم x في المعادلة:

L.S = $5x^2 - 10 = 5(-\sqrt{2})^2 - 10$

L.S = 5(2) – 10 = 10 – 10 = 0 = R.S

L.S = $5x^2 - 10 = 5(\sqrt{2})^2 - 10 = 0$ = R.S

21) $3z^2 - 27 = 0$

$3(z^2 - 9) = 0\ ]_{\div 3}$

(z – 3)(z + 3) = 0

z – 3 = 0 ⟹ z = 3 أو z + 3 = 0 ⟹ z = -3

S = {- 3 , 3}

التحقق من صحة الحل: نعوض قيم 3 , 3 - = z في المعادلة ويجب ان تحقق المعادلة وكالاتي:

L.S=$3z^2 - 27 = 3(-3)^2 - 27 = 3(9) - 27$

L.S = 27 – 27 = 0 = R.S

L.S = $3z^2 - 27 = 3(3)^2 - 27 = 3(9) - 27$

L.S = 27 – 27 = 0 = R.S

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

22) $9x^2 - 36 = 0$

(3x – 6)(3x + 6) = 0

3x – 6 = 0 ⟹ 3x = 6 ⟹ x = 2 أو

3x + 6 = 0 ⟹ 3x = - 6 ⟹ x = - 2

S = {- 2 , 2}

23) $7y^2 - 28 = 0$

$7(y^2 - 4) = 0\ ]_{\div 7}$

(y – 2)(y + 2) = 0

y – 2 = 0 ⟹ y = 2 أو

y + 2 = 0 ⟹ y = - 2

S = {- 2 , 2 }

24) $9(x^2 - 1) - 7 = 0$

$9x^2 - 9 - 7 = 0$

$9x^2 - 16 = 0$

$(3x - 4)(3x + 4) = 0$

$3x - 4 = 0 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ أو

$3x + 6 = 0 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$

$S = \{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\}$

25) $(y + 5)^2 - 64 = 0$

$(y + 5 - 8)(y + 5 + 8) = 0$

$(y - 3)(y + 13) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$ أو

$y + 13 = 0 \Rightarrow y = -13$

$S = \{-13, 3\}$

26) $x^2 - 2 = 0$

$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$

$x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2}$ أو

$x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{2}$

$S = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

27) $x^2 - \frac{1}{36} = 0$

$(x - \frac{1}{6})(x + \frac{1}{6}) = 0$

$x - \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$ أو

$x + \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{6}$

$S = \{-\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\}$

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي

28) $x^2 = 121\ ]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$x = \pm\sqrt{121} \Rightarrow x = \pm 11$

$S = \{-11, 11\}$

29) $50 - 2y^2 = 0$

$2y^2 = 50\ ]_{\div 2} \Rightarrow y^2 = 25\ ]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$y = \pm\sqrt{25} \Rightarrow y = \pm 5$

$S = \{-5, 5\}$

30) $x^2 = \frac{1}{64}\ ]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{64}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{8}$

$S = \{-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\}$

31) $3y^2 = \frac{25}{3}$

$9y^2 = 25 \Rightarrow y^2 = \frac{25}{9}\ ]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$y = \pm\sqrt{\frac{25}{9}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} \Rightarrow y = \pm\frac{5}{3}$

$S = \{-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\}$

32) $7(x^2 - 2) = 50$

$7x^2 - 14 = 50 \Rightarrow 7x^2 = 50 + 14$

$7x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = \frac{64}{7}$]بجذر التربيعي

$x = \pm\sqrt{\frac{64}{7}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{7}} \Rightarrow x = \pm\frac{8}{\sqrt{7}}$

$S = \{ -\frac{8}{\sqrt{7}} , \frac{8}{\sqrt{7}} \}$

33) $\frac{1}{5}y^2 = \frac{1}{3}$ $]_{\times 5}$

$y^2 = \frac{5}{3}$]بجذر التربيعي

$y = \pm\sqrt{\frac{5}{3}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

$S = \{ -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} , \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \}$

حل المعادلات التالية:

34) $6\sqrt{x} = 30$ $]_{\div 6}$

$\sqrt{x} = 5$]بتربيع الطرفين

$x = 25 \Rightarrow S = \{25\}$

35) $\sqrt{y - 9} = 4$]بتربيع الطرفين

$y - 9 = 16 \Rightarrow y = 16 + 9 \Rightarrow y = 25$

$S = \{25\}$

36) $\sqrt{4z} = 8$]بتربيع الطرفين

$4z = 64$ $]_{\div 4}$ $\Rightarrow z = 16 \Rightarrow S = \{16\}$

تدرب وحل مسائل حياتية

37) موكيت سجاد: قطعة موكيت سجاد مستطيلة طولها 12m وعرضها 3m قطعت الى أجزاء لتغطية أرضية غرفة مربعة الشكل أكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع الغرفة.

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$A = 12 \times 3 = 36\ m^2$

مساحة المستطيل = مساحة المربع = $36\ m^2$

مساحة المربع = $(\text{طول الضلع})^2$

نفرض طول الضلع = L

$A = L^2 \Rightarrow 36 = L^2$]بجذر التربيعي

$L = \pm 6$ السالب يهمل

$L = 6\ m$ طول ضلع الغرفة

38) هندسة: قطعة كارتون مربعة الشكل طول ضلعها xcm قطعت أربعة مربعات متساوية من زواياها طول ضلع كل مربع 2cm وثنيت لتكون صندوقاً دون غطاء على شكل متوازي السطوح مستطيلة حجمه $32 \ cm^3$ أكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع قطعة الكارتون الأصلية.

الحل

X cm

2 cm

2 cm

نفرض طول ضلع قاعدة الكارتون الاصلية = x

حجم متوازي السطوح المستطيلة

= الطول × العرض × الارتفاع

$2(x-4)(x-4) = 32 \ ]_{\div 2}$

$(x-4)(x-4) = 16$

$(x-4)^2 = 16$] بجذر التربيعي

$x - 4 = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x - 4 = \pm 4$

$x - 4 = 4 \Rightarrow x = 4 + 4 \Rightarrow x = 8$ أو

$x - 4 = -4 \Rightarrow x = -4 + 4$

$x = 0$ يهمل

طول ضلع قاعدة الكارتون = 8 cm

39) نافورة: صمم حوض سباحة مربع الشكل طول ضلعه 3m في منتصف حديقة مربعة الشكل فكانت المساحة المتبقية من الحديقة والمحيطة بالحوض $40m^2$ أكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع الحديقة.

الحل

مساحة المربع = $(\text{طول الضلع})^2$

$x^2 - 3^2 = 40 \Rightarrow x^2 - 9 = 40$

$x^2 = 40 + 9 \Rightarrow x^2 = 49$] بجذر التربيعي

$x = \pm\sqrt{49} \Rightarrow x = \pm 7$ السالب يهمل

$x = 7$ m طول ضلع الحديقة

فكر

40) تحد: حل المعادلات التالية:

1) $9(x^2 + 1) = 34$

$9x^2 + 9 = 34 \Rightarrow 9x^2 = 34 - 9$

$9x^2 = 25 \ ]_{\div 25}$

$x^2 = \frac{25}{9}$] بجذر التربيعي

$x = \pm\sqrt{\frac{25}{9}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} \Rightarrow x = \pm\frac{5}{3}$

$S = \{-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\}$

2) $4x^2 - 3 = 0$

$4x^2 = 3\ ]_{\div 4}$

$x^2 = \frac{3}{4}\ ]$ بجذر التربيعي

$x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$S = \{-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\}$

41) هل المجموعة المعطاة تمثل مجموعة الحل للمعادلة ام لا؟

1) $(2y + 1)^2 = 16$, $\{\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\}$

$(2y + 1)^2 - 16 = 0$

$(2y + 1 - 4)(2y + 1 + 4) = 0$

$(2y - 3)(2y + 5) = 0$

$2y - 3 = 0 \Rightarrow 2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$

$2y + 5 = 0 \Rightarrow 2y = -5 \Rightarrow y = \frac{-5}{2}$

$S = \{\frac{3}{2}, \frac{-5}{2}\}$

$\{\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\}$ لا تمثل مجموعة حل

2) $3x^2 - 7 = 0$, $\{\frac{7}{\sqrt{3}}, -\frac{7}{\sqrt{3}}\}$

$3x^2 - 7 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 7$

$x^2 = \frac{7}{3}\ ]$ بجذر التربيعي $\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\}$

$\{\frac{7}{\sqrt{3}}, -\frac{7}{\sqrt{3}}\}$ لا تمثل مجموعة حل

42) أصحح الخطأ: قال صلاح ان المجموعة $\{\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\}$ تمثل مجموعة الحل للمعادلة $5x^2 = 4$ أكتشف خطأ صلاح وصححه.

الحل

$5x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5}\ ]$ بجذر التربيعي

$x = \pm\sqrt{\frac{4}{5}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} \Rightarrow x = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$S = \{\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\}$

43) حس عددي: عدد صحيح موجب من رقم واحد لو أنقص من مربعه واحد لكان الناتج عدد من مضاعفات العشرة. ما العدد؟

الحل

نفرض العدد $= x$, ومربعه $= x^2$

$x^2 - 1 = 80 \Rightarrow x^2 = 80 + 1$

$x^2 = 81\ ]$ بجذر التربيعي $\Rightarrow x = \pm\sqrt{81}$

$x = \pm 9$ السالب يهمل $\Rightarrow x = 9$ العدد هو

فكر

مجموعة الحل للمعادلة: $(8 - 3y)^2 - 1 = 0$

$(8 - 3y)^2 - 1 = 0$

$(8 - 3y - 1)(8 - 3y + 1) = 0$

$(7 - 3y)(9 - 3y) = 0 \Rightarrow 7 - 3y = 0$

$7 = 3y \Rightarrow y = \frac{3}{7}$

$9 - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 9\ ]_{\div 3} \Rightarrow y = 3$

$S = \{3, \frac{3}{7}\}$

حل المعادلات التربيعية بالتجربة

حل المعادلة $x^2 + bx + c = 0$

مثال1 إذا كان طول ملعب كرة السلة يزيد بمقدار 2m على ضعف عرضه ومساحته $480m^2$ فما بعدي الملعب.

الحل نفرض ان عرض الملعب = x

طول الملعب = 2x + 2

مساحة الملعب = الطول × العرض

$x(2x + 2) = 480 \Rightarrow 2x^2 + 2x = 480]_{\div 2}$

$x^2 + x = 240 \Rightarrow x^2 + x - 240 = 0$

$(x + 16)(x - 15) = 0$

$x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$ يهمل

$x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15$ m

عرض الملعب = 15m

طول الملعب = 2(15) + 2 = 30 + 2 = 32m

مثال2 حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

$(x - 4)(x - 3) = 0 \Rightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$
أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{3, 4\}$

---

2) $y^2 + 8y + 15 = 0$

$(y + 5)(y + 3) = 0 \Rightarrow y + 5 = 0$

$y = -5$ أو $y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$

$S = \{-5, -3\}$

3) $z^2 + z - 30 = 0$

$(z + 6)(z - 5) = 0$

$z + 6 = 0 \Rightarrow z = -6$ أو $z - 5 = 0$

$z = 5 \Rightarrow S = \{-6, 5\}$

---

4) $x^2 - 2x - 63 = 0$

$(x - 9)(x + 7) = 0$

$x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$ أو $x + 7 = 0$

$x = -7 \Rightarrow S = \{-7, 9\}$

---

5) ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 12؟

الحل

نفرض العدد = x , مربع العدد = x^2

$x^2 - x = 12 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

$(x - 4)(x + 3) = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$

$x = 4$ أو $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

العدد اما 3 – أو 4

حل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$

$a \neq 0$

مثال3 مسبح يقل طوله عن ثلاثة أمثال عرضه بمقدار 1m فإذا كانت مساحة المسبح $140m^2$ جد أبعاده.

الحل نفرض عرض المسبح بالمتغير x

طول المسبح = $3x - 1$

$x(3x - 1) = 140 \Rightarrow 3x^2 - x = 140$

$3x^2 - x - 140 = 0$

$(x - 7)(3x + 20) = 0$

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7\ m$ أو $3x + 20 = 0$

$3x = -20 \Rightarrow x = \frac{-20}{3}$ يهمل السالب

عرض المسبح = 7m

طول المسبح = $3(7) - 1 = 21 - 1 = 20m$

مثال4 حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $4y^2 - 14y + 6 = 0\ ]_{\div 2}$

$2y^2 - 7y + 3 = 0$

$(2y - 1)(y - 3) = 0$

$2y - 1 = 0 \Rightarrow 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$

$S = \{\frac{1}{2}, 3\}$

2) $3x^2 + 18x - 21 = 0\ ]_{\div 3}$

$x^2 + 6x - 7 = 0$

$(x + 7)(x - 1) = 0$

$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$ أو $x - 1 = 0$

$x = 1 \Rightarrow S = \{-7, 1\}$

3) $20 + 13z + 2z^2 = 0$

$(4 + z)(5 + 2z) = 0$

$4 + z = 0 \Rightarrow z = -4$ أو $5 + 2z = 0$

$2z = -5 \Rightarrow z = \frac{-5}{2}$

$S = \{-4, \frac{-5}{2}\}$

4) $9x^2 - 69x - 24 = 0\ ]_{\div 3}$

$3x^2 - 23x - 8 = 0$

$(x - 8)(3x + 1) = 0$

$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$ أو $3x + 1 = 0$

$3x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$

$S = \{\frac{-1}{3}, 8\}$

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $x^2 - 9x + 18 = 0$

$(x - 6)(x - 3) = 0$

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$ أو $x - 3 = 0$

$x = 3 \Rightarrow S = \{3 , 6\}$

2) $x^2 - 4x - 32 = 0$

$(x - 8)(x + 4) = 0$

$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$ أو $x + 4 = 0$

$x = - 4 \Rightarrow S = \{- 4 , 8\}$

3) $y^2 + 48y - 49 = 0$

$(y + 49)(y - 1) = 0$

$y + 49 = 0 \Rightarrow y = - 49$ أو $y - 1 = 0$

$y = 1 \Rightarrow S = \{- 49 , 1\}$

4) $y^2 + 9y - 36 = 0$

$(y + 12)(y - 3) = 0$

$y + 12 = 0 \Rightarrow y = - 12$ أو $y - 3 = 0$

$y = 3 \Rightarrow S = \{- 12 , 3\}$

5) $x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x - 2)(x - 1) = 0$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ أو $x - 1 = 0$

$x = 1 \Rightarrow S = \{1 , 2\}$



6) $y^2 - 8y - 33 = 0$

$(y - 11)(y + 3) = 0$

$y - 11 = 0 \Rightarrow y = 11$ أو $y + 3 = 0$

$y = - 3 \Rightarrow S = \{- 3 , 11\}$

7) ما العدد الذي مربعه يزيد على ضعفه بمقدار 35



الحل

نفرض العدد $x =$, مربع العدد $= x^2$

ضعف العدد $= 2x$

$x^2 - 2x = 35 \Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$

$(x - 7)(x + 5) = 0$

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$ أو $x + 5 = 0$

$x = - 5$ العدد اما 7 أو 5 -

8) ما العدد الذي لو اضيف 4 امثاله الى مربعه لكان الناتج 45؟

الحل

نفرض العدد $x =$, مربع العدد $= x^2$

4 امثاله $= 4x$

$x^2 + 4x = 45 \Rightarrow x^2 + 4x - 45 = 0$

$(x + 9)(x - 5) = 0$

$x + 9 = 0 \Rightarrow x = - 9$ أو $x - 5 = 0$

$x = 5$ العدد اما 9 - أو 5

9) سجادة طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها $48m^2$ ما أبعاد السجادة؟

الحل نفرض عرض السجادة = x

طول السجادة = x + 2

مساحة السجادة = الطول × العرض

$x(x + 2) = 48 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0$

$(x + 8)(x - 6) = 0$

$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$ يهمل

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$ m عرض السجادة

طول السجادة = $x + 2 = 6 + 2 = 8$ m

حل المعادلات الاتية:

10) $15x^2 - 11x - 14 = 0$

$(5x - 7)(3x + 2) = 0$

$5x - 7 = 0 \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$ أو

$3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{3}$

$S = \{\frac{-2}{3}, \frac{7}{5}\}$

---

11) $6 + 7x - 5x^2 = 0$

$(3 + 5x)(2 - x) = 0$

$3 + 5x = 0 \Rightarrow 5x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{5}$

$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$

$S = \{\frac{-3}{5}, 2\}$

12) $42 + 64y + 24y^2 = 0 \;]_{\div 2}$

$21 + 32y + 12y^2 = 0$

$(3 + 2y)(7 + 6y) = 0$

$3 + 2y = 0 \Rightarrow 2y = -3 \Rightarrow y = \frac{-3}{2}$

$7 + 6y = 0 \Rightarrow 6y = -7 \Rightarrow y = \frac{-7}{6}$

$S = \{\frac{-7}{6}, \frac{-3}{2}\}$

---

13) $36 - 75x + 6x^2 = 0 \;]_{\div 3}$

$12 - 25x + 2x^2 = 0$

$(12 - x)(1 - 2x) = 0$

$12 - x = 0 \Rightarrow x = 12$

$1 - 2x = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$S = \{\frac{1}{2}, 12\}$

---

14) $70 - 33y + 2y^2 = 0$

$(5 - 2y)(14 - y) = 0$

$5 - 2y = 0 \Rightarrow 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$

$14 - y = 0 \Rightarrow y = 14$

$S = \{\frac{5}{2}, 14\}$

15) أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار 4m على عرضها ما بُعدا الأرض اذا كانت مساحتها $60m^2$

الحل نفرض عرض الأرض = x

طول الأرض = x + 4

مساحة الأرض = الطول × العرض

$x(x + 4) = 60 \Rightarrow x^2 + 4x = 60$

$x^2 + 4x - 60 = 0$

$(x + 10)(x - 6) = 0$

$x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10$ يهمل

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ عرض الارض

طول الارض $= x + 4 = 6 + 4 = 10m$

تدرب وحل التمرينات

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

16) $x^2 - 15x + 56 = 0$

$(x - 7)(x - 8) = 0$

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$ أو

$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

$S = \{7 , 8\}$

17) $y^2 + 16y + 63 = 0$

$(y + 9)(y + 7) = 0$

$y + 9 = 0 \Rightarrow y = -9$ أو $y + 7 = 0$

$y = -7 \Rightarrow S = \{-9 , -7\}$

18) $x^2 + 15x - 16 = 0$

$(x + 16)(x - 1) = 0$

$x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$ أو $x - 1 = 0$

$x = 1 \Rightarrow S = \{-16 , 1\}$

19) $y^2 - y - 42 = 0$

$(y - 7)(y + 6) = 0$

$y - 7 = 0 \Rightarrow y = 7$ أو $y + 6 = 0$

$y = -6 \Rightarrow S = \{-6 , 7\}$

20) $x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ أو $x - 1 = 0$

$x = 1 \Rightarrow S = \{1 , 3\}$

21) $y^2 - 6y - 55 = 0$

$(y - 11)(y + 5) = 0$

$y - 11 = 0 \Rightarrow y = 11$ أو $y + 5 = 0$

$y = -5 \Rightarrow S = \{-5 , 11\}$

22) قطعة معدن مستطيلة الشكل ينقص عرضها بمقدار 2m عن طولها. ما بُعدا القطعة المعدنية اذا كانت مساحتها $24m^2$

الحل نفرض طول قطعة المعدن = x

عرض قطعة المعدن = x – 2

مساحة قطعة المعدن = الطول × العرض

$x(x-2) = 24 \Rightarrow x^2 - 2x = 24$

$x^2 - 2x - 24 = 0$

$(x-6)(x+4) = 0$

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ طول قطعة المعدن

$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$ يهمل

عرض قطعة المعدن = $x - 2 = 6 - 2 = 4m$

23) $12x^2 - 20x + 7 = 0$

$(2x-1)(6x-7) = 0$

$2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ أو

$6x - 7 = 0 \Rightarrow 6x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{6}$

$S = \{\frac{1}{2}, \frac{7}{6}\}$

24) $28 + 2z - 8z^2 = 0\ ]_{\div 2}$

$14 + z - 4z^2 = 0$

$(7+4z)(2-z) = 0$

$7 + 4z = 0 \Rightarrow 4z = -7 \Rightarrow z = \frac{-7}{4}$ أو

$2 - z = 0 \Rightarrow z = 2$

$S = \{\frac{-7}{4}, 2\}$

25) $81 - 9x - 12x^2 = 0\ ]_{\div 3}$

$27 - 3x - 4x^2 = 0$

$(9-4x)(3+x) = 0$

$9 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$ أو

$3 + x = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow S = \{-3, \frac{9}{4}\}$

26) $50z^2 + 10z - 4 = 0\ ]_{\div 2}$

$25z^2 + 5z - 2 = 0$

$(5z+2)(5z-1) = 0$

$5z + 2 = 0 \Rightarrow 5z = -2 \Rightarrow z = \frac{-2}{5}$ أو

$5z - 1 = 0 \Rightarrow 5z = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{5}$

$S = \{\frac{-2}{5}, \frac{1}{5}\}$

27) صالة طعام ينقص طولها عن مثلي عرضها بمقدار 3m ومساحتها $54m^2$ ما أبعاد الصالة؟

الحل

نفرض عرض الصالة = x , مثلي عرضها = 2x

طول الصالة = 2x – 3

مساحة الصالة = الطول × العرض

$x(2x-3) = 54 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 54$

$2x^2 - 3x - 54 = 0$

$(x-6)(2x+9) = 0$

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ عرض الصالة

$2x + 9 = 0 \Rightarrow 2x = -9 \Rightarrow x = \frac{-9}{2}$ يهمل

طول الصالة = $2x - 3 = 2(6) - 3 = 9m$

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

28) $x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ أو $x - 1 = 0$

$x = 1 \Rightarrow S = \{1 , 3\}$

وللتحقق من صحة الحل نعوض قيم x في المعادلة

$x = 1 \Rightarrow (1)^2 - 4(1) + 3 = 0$

$1 - 4 + 3 = 0 \Rightarrow - 3 + 3 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$x = 3 \Rightarrow (3)^2 - 4(3) + 3 = 0$

$9 - 12 + 3 = 0 \Rightarrow - 3 + 3 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

---

29) $y^2 - 9y - 36 = 0$

$(y - 12)(y + 3) = 0$

$y - 12 = 0 \Rightarrow y = 12$ أو $y + 3 = 0$

$y = - 3 \Rightarrow S = \{- 3 , 12\}$

وللتحقق من صحة الحل نعوض قيم y في المعادلة

$y = -3 \Rightarrow (-3)^2 - 9(-3) - 36 = 0$

$9 + 27 - 36 = 0 \Rightarrow 36 - 36 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$y = 12 \Rightarrow (12)^2 - 9(12) - 36 = 0$

$144 - 108 - 36=0 \Rightarrow 36 - 36 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

---

30) $4 - 26x + 12x^2 = 0 \,]_{\div 2}$

$2 - 13x + 6x^2 = 0$

$(2 - x)(1 - 6x) = 0$

$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$ أو $1 - 6x = 0$

$6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow S = \{\frac{1}{6} , 2\}$

وللتحقق من صحة الحل نعوض قيم x في المعادلة

$x = \frac{1}{6} \Rightarrow 2 - 13(\frac{1}{6}) + 6(\frac{1}{6})^2 = 0$

$2 - \frac{13}{6} + \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$x = 2 \Rightarrow 2 - 13(2) + 6(2)^2 = 0$

$2 - 26 + 24 = 0 \Rightarrow - 24 + 24= 0 \Rightarrow 0 = 0$

---

30) $80 - 38y + 3y^2 = 0$

$(8 - 3y)(10 - y) = 0$

$8 - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{3}$ أو

$10 - y = 0 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow S = \{\frac{8}{3} , 10\}$

وللتحقق من صحة الحل نعوض قيم y في المعادلة

$y = \frac{8}{3} \Rightarrow 80 - 38(\frac{8}{3}) + 3(\frac{8}{3})^2 = 0$

$80 - \frac{304}{3} + \frac{64}{3} = 0$

$- \frac{64}{3} + \frac{64}{3} = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$y = 10 \Rightarrow 80 - 38(10) + 3(10)^2 = 0$

$80 - 380 + 300 = 0$

$- 300 + 300 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

تدرب وحل مسائل حياتية

32) رياضة: إذا كان طول صورة إعلانية لملعب كرة القدم يزيد بمقدار 4m على ضعف عرضها فما بعدا الصورة اذا كانت مساحتها $160m^2$

الحل

نفرض عرض الصورة = x

ضعف عرضها = 2x , طول الصورة = 2x + 4

مساحة الصورة = الطول × العرض

$x(2x + 4) = 160 \Rightarrow 2x^2 + 4x = 160$

$2x^2 + 4x - 160 = 0]_{\div 2}$

$x^2 + 2x - 80 = 0$

$(x + 10)(x - 8) = 0$

$x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10$ يهمل

$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8\ m$ عرض الصورة

طول الصورة = $2x + 4 = 2(8) + 4 = 20m$

33) حقل نعام: اذا كان طول حقل لتربية طيور النعام يقل بمقدار 4m عن ضعف عرضه فاذا كانت مساحة الحقل $96m^2$ فهل يكفي سياج طوله 44m لتحويط الحقل؟

الحل

نفرض عرض الحقل = x

ضعف عرضه = 2x , طول الحقل = 2x – 4

مساحة الحقل = الطول × العرض

$x(2x - 4) = 96 \Rightarrow 2x^2 - 4x = 96$

$2x^2 - 4x - 96 = 0\ ]_{\div 2}$

$x^2 - 2x - 48 = 0$

$x^2 - 2x - 48 = 0$

$(x - 8)(x + 6) = 0$

$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8\ m$ عرض الحقل

$x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$ يهمل

طول الحقل = $2x - 4 = 2(8) - 4 = 12\ m$

34) اطار صورة: اشترى سامر اطار لصورة طوله ضعف عرضه يحتاج سامر الى تصغير الاطار بمقدار 2cm من طوله وعرضه ليصبح مناسباً للصورة فما أبعاد الاطار الذي اشتراه سامر اذا كانت مساحة الصورة $40cm^2$

الحل

نفرض عرض الاطار = x

طول الاطار = 2x

عرض الاطار بعد التصغير = x – 2

طول الاطار بعد التصغير = 2x – 2

مساحة الاطار = الطول × العرض

$(2x - 2)(x - 2) = 40$

$2x^2 - 4x - 2x + 4 = 40$

$2x^2 - 6x + 4 - 40 = 0$

$2x^2 - 6x - 36 = 0]_{\div 2}$

$x^2 - 3x - 18 = 0$

$(x - 6)(x + 3) = 0$

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ العرض

الطول = $2x = 2(6) = 12m$

فكر

35) تحدٍ: حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $(x - 3)(x + 2) = 14$

$x^2 + 2x - 3x - 6 = 14$

$x^2 - x - 6 - 14 = 0$

$x^2 - x - 20 = 0$

$(x - 5)(x + 4) = 0$

$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$ أو $x + 4 = 0$

$x = -4 \Rightarrow S = \{-4 , 5\}$

2) $3y^2 - 11y + 10 = 80$

$3y^2 - 11y + 10 - 80 = 0$

$3y^2 - 11y - 70 = 0$

$(y - 7)(3y + 10) = 0$

$y - 7 = 0 \Rightarrow y = 7$ أو $3y + 10 = 0$

$3y = -10 \Rightarrow y = \frac{-10}{3} \Rightarrow S = \{\frac{-10}{3} , 7\}$

36) وضح: هل ان المجموعة المعطاة تمثل مجموعة الحل للمعادلة ام لا؟

1) $4x^2 + 2x = 30 \; , \{\frac{-2}{5} \; , \; 3\}$

$4x^2 + 2x - 30 = 0 \;]_{\div 2}$

$2x^2 + x - 15 = 0 \Rightarrow (x + 3)(2x - 5) = 0$

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ أو $2x - 5 = 0$

$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow S = \{\frac{5}{2} , -3\}$

$\{\frac{-2}{5} \; , \; 3\}$ لا تمثل مجموعة حل

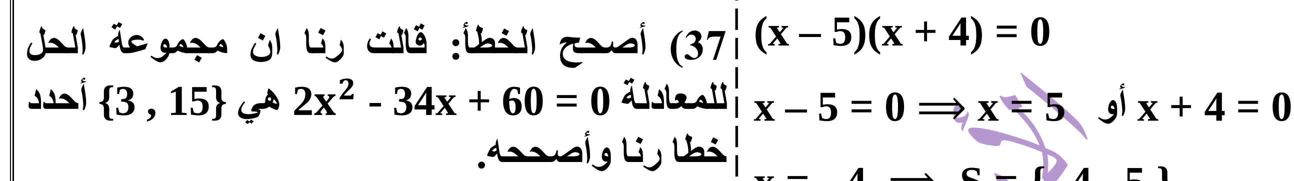
2) $42 - 33y + 6y^2 = 0 \; , \{2 , \frac{7}{2}\}$

$(7 - 2y)(6 - 3y) = 0$

$7 - 2y = 0 \Rightarrow 2y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{2}$ أو

$6 - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$

$S = \{2 , \frac{7}{2}\}$ تمثل مجموعة حل



37) أصحح الخطأ: قالت رنا ان مجموعة الحل للمعادلة $2x^2 - 34x + 60 = 0$ هي $\{3 , 15\}$ أحدد خطأ رنا وأصححه.

الحل

$2x^2 - 34x + 60 = 0 \;]_{\div 2}$

$x^2 - 17x + 30 = 0$

$(x - 15)(x - 2) = 0$

$x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15$ أو $x - 2 = 0$

$x = 2 \Rightarrow S = \{2 , 15\}$

أكتب

اكتب معادلة تمثل المسألة التالية ثم جد حلها:

ما العدد الذي ينقص ضعفه عن مربعه بمقدار 35؟

الحل

نفرض العدد x , ضعفه $= 2x$

مربعه $= x^2$

$x^2 - 2x = 35 \Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$

$(x - 7)(x + 5) = 0$

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$ أو $x + 5 = 0$

$x = -5$ العدد اما 5 - أو 7

حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

مثال1 جد قيمة x من المعادلة $x^2 - 20x + 100 = 0$ والتي تمثل طول ضلع منطقة مربعة في حديقة الحيوانات مخصصة للنمر؟

الحل

$x^2 - 20x + 100 = 0$

الحد الاوسط $= 2(x \times 10) = 20x$

$x^2 - 20x + 100 = 0$

$(x - 10)^2 = 0 \;]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10m$

مثال2 حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

1) $4x^2 + 20x + 25 = 0$

الحد الاوسط $= 2(2x \times 5) = 20x$

$4x^2 + 20x + 25 = 0$

$(2x + 5)^2 = 0 \;]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{2}$

2) $y^2 - y + \frac{1}{4} = 0$

الحد الاوسط $= 2(y \times \frac{1}{2}) = y$

$y^2 - y + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow (y - \frac{1}{2})^2 = 0 \;]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$y - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

3) $3 - 6\sqrt{3}\, z + 9z^2 = 0$

الحد الاوسط $= 2(\sqrt{3} \times 3z) = 6\sqrt{3}\, z$

$3 - 6\sqrt{3}\, z + 9z^2 = 0$

$(\sqrt{3} - 3z)^2 = 0 \;]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$\sqrt{3} - 3z = 0 \Rightarrow 3z = \sqrt{3} \Rightarrow z = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

مثال3 حل المعادلات التالية بطريقة إكمال المربع

1) $x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^2 - 4x = 12$

$(\frac{1}{2} \times 4)^2 = (2)^2 = 4$ نضيف للطرفين

$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$

$x^2 - 4x + 4 = 16$

$(x - 2)^2 = 16 \;]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$x - 2 = \pm 4$

$x - 2 = 4 \Rightarrow x = 4 + 2 \Rightarrow x = 6$ أو

$x - 2 = -4 \Rightarrow x = -4 + 2 \Rightarrow x = -2$

$S = \{-2, 6\}$

$x + 1 \approx 6 \Rightarrow x \approx 6 - 1 \Rightarrow x \approx 5$ cm

$x + 1 \approx -6 \Rightarrow x \approx -6 - 1 \Rightarrow x \approx -7$ يهمل

طول المستطيل $= x + 2 = 5 + 2 = 7$ cm

عرض المستطيل التقريبي 5cm وطوله 7cm

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

1) $x^2 + 12x + 36 = 0$

الحد الاوسط $= 2(x \times 6) = 12x$

$(x + 6)^2 = 0$]بجذر التربيعي

$x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$

2) $y^2 - 10y + 25 = 0$

الحد الاوسط $= 2(y \times 5) = 10y$

$(y - 5)^2 = 0$]بجذر التربيعي

$y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$

3) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

الحد الاوسط $= 2(2x \times 1) = 4x$

$(2x - 1)^2 = 0$]بجذر التربيعي

$2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \;]_{\div 2}$

$x = \frac{1}{2}$

2) $2y^2 - 3 = 3y$

$2y^2 - 3y = 3 \;]_{\div 2}$

$y^2 - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}$

$(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2})^2 = (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$ نضيف للطرفين

$y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{3}{2} + \frac{9}{16}$

$(y - \frac{3}{4})^2 = \frac{33}{16}$]بجذر التربيعي

$y - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$

$y - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{33}}{4} + \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33} + 3}{4}$ أو

$y - \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{33}}{4} = \frac{3 - \sqrt{33}}{4}$

$S = \{\frac{3 - \sqrt{33}}{4}, \frac{\sqrt{33} + 3}{4}\}$

مثال4 مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 2cm قدر طول المستطيل وعرضه بالتقريب لأقرب عدد صحيح اذا كانت مساحته $36cm^2$

الحل نفرض عرض المستطيل $= x$

طول المستطيل $= x + 2$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$x(x + 2) = 36 \Rightarrow x^2 + 2x = 36$

$(\frac{1}{2} \times 2)^2 = (1)^2 = 1$ نضيف للطرفين

$x^2 + 2x + 1 = 36 + 1$

$(x + 1)^2 = 37$]بجذر التربيعي

$x + 1 = \pm\sqrt{37} \Rightarrow x + 1 \approx \pm 6$

4) $y^2 + 2\sqrt{7}\,y + 7 = 0$

الحد الاوسط $= 2(y \times \sqrt{7}) = 2\sqrt{7}y$

$(y + \sqrt{7})^2 = 0\ ]$ بجذر التربيعي

$y + \sqrt{7} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{7}$

---

5) $x^2 + 16x = -64$

$x^2 + 16x + 64 = 0$

الحد الاوسط $= 2(x \times 8) = 16x$

$(x + 8)^2 = 0\ ]$ بجذر التربيعي

$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$

---

6) $\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0$

الحد الاوسط $= 2(\frac{1}{4} \times x) = \frac{1}{2}x$

$(\frac{1}{4} - x)^2 = 0\ ]$ بجذر التربيعي

$\frac{1}{4} - x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع:

7) $x^2 - 10x - 24 = 0$

$x^2 - 10x = 24$

$(\frac{1}{2} \times 10)^2 = (5)^2 = 25$ نضيف للطرفين

$x^2 - 10x + 25 = 24 + 25$

$x^2 - 10x + 25 = 49$

$(x - 5)^2 = 49\ ]$ بجذر التربيعي

$x - 5 = \pm 7$

$x - 5 = 7 \Rightarrow x = 7 + 5 \Rightarrow x = 12$

$x - 5 = -7 \Rightarrow x = -7 + 5 \Rightarrow x = -2$

$S = \{-2 , 12\}$

---

8) $y^2 - 3 = 2y$

$y^2 - 2y = 3$

$(\frac{1}{2} \times 2)^2 = (1)^2 = 1$ نضيف للطرفين

$y^2 - 2y + 1 = 3 + 1$

$y^2 - 2y + 1 = 4$

$(y - 1)^2 = 4\ ]$ بجذر التربيعي

$y - 1 = \pm 2$

$y - 1 = 2 \Rightarrow y = 2 + 1 \Rightarrow y = 3$

$y - 1 = -2 \Rightarrow y = -2 + 1 \Rightarrow y = -1$

$S = \{-1 , 3\}$

---

9) $4x^2 - 3x - 16 = 0$

$4x^2 - 3x = 16\ ]_{\div 4}$

$x^2 - \frac{3}{4}x = 4$

$(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4})^2 = (\frac{3}{8})^2 = \frac{9}{64}$ نضيف للطرفين

$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = 4 + \frac{9}{64}$

$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = \frac{265}{64}$

$(x - \frac{3}{8})^2 = \frac{265}{64}\ ]$ بجذر التربيعي

11) $x^2 - \frac{6}{5}x = \frac{1}{5}$

$(\frac{1}{2} \times \frac{6}{5})^2 = (\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{25}$ نضيف للطرفين

$x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{9}{25} = \frac{1}{5} + \frac{9}{25}$

$x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{9}{25} = \frac{5+9}{25}$

$(x - \frac{3}{5})^2 = \frac{14}{25}$]بجذر التربيعي

$x - \frac{3}{5} = \pm \frac{\sqrt{14}}{5}$

$x - \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{14}}{5} \Longrightarrow x = \frac{\sqrt{14}}{5} + \frac{3}{5} \Longrightarrow x = \frac{\sqrt{14}+3}{5}$

$x - \frac{3}{5} = -\frac{\sqrt{14}}{5} \Longrightarrow x = \frac{3}{5} - \frac{\sqrt{14}}{5} \Longrightarrow x = \frac{3-\sqrt{14}}{5}$

$S = \{\frac{3-\sqrt{14}}{5}, \frac{\sqrt{14}+3}{5}\}$

12) $5y^2 + 15y - 30 = 0$

$5y^2 + 15y = 30$ $]_{\div 5}$

$y^2 + 3y = 6$

$(\frac{1}{2} \times 3)^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ نضيف للطرفين

$y^2 + 3y + \frac{9}{4} = 6 + \frac{9}{4}$

$y^2 + 3y + \frac{9}{4} = \frac{33}{4}$

$(y + \frac{3}{2})^2 = \frac{33}{4}$]بجذر التربيعي $\Longrightarrow y + \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$

$y + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{33}}{2} \Longrightarrow y = \frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{33}-3}{2}$

$y + \frac{3}{2} = -\frac{\sqrt{33}}{2} \Longrightarrow y = -\frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{33}-3}{2}$

$S = \{\frac{-\sqrt{33}-3}{2}, \frac{\sqrt{33}-3}{2}\}$

$x - \frac{3}{8} = \pm \frac{\sqrt{265}}{8}$

$x - \frac{3}{8} = \frac{\sqrt{265}}{8} \Longrightarrow x = \frac{\sqrt{265}}{8} + \frac{3}{8}$

$x = \frac{\sqrt{265}+3}{8}$

$x - \frac{3}{8} = -\frac{\sqrt{265}}{8} \Longrightarrow x = \frac{3}{8} - \frac{\sqrt{265}}{8}$

$x = \frac{3-\sqrt{265}}{8}$

$S = \{\frac{3-\sqrt{265}}{8}, \frac{\sqrt{265}+3}{8}\}$

10) $3y^2 + 2y = 1$ $]_{\div 3}$

$y^2 + \frac{2}{3}y = \frac{1}{3}$

$(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3})^2 = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ نضيف للطرفين

$y^2 + \frac{2}{3}y + \frac{1}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

$y^2 + \frac{2}{3}y + \frac{1}{9} = \frac{3+1}{9}$

$(y + \frac{1}{3})^2 = \frac{4}{9}$]بجذر التربيعي

$y + \frac{1}{3} = \pm \frac{2}{3}$

$y + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Longrightarrow y = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \Longrightarrow y = \frac{1}{3}$

$y + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \Longrightarrow y = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \Longrightarrow y = -\frac{3}{3} = -1$

$S = \{-1, \frac{1}{3}\}$

تدرب وحل التمرينات

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

13) $x^2 + 24x + 144 = 0$

الحد الاوسط $= 2(x \times 12) = 24x$

$(x + 12)^2 = 0$]بجذر التربيعي

$x + 12 = 0 \Rightarrow x = -12$

14) $y^2 - 20y + 100 = 0$

الحد الاوسط $= 2(y \times 10) = 20y$

$(y - 10)^2 = 0$]بجذر التربيعي

$y - 10 = 0 \Rightarrow y = 10$

15) $y^2 + 4\sqrt{2}\, y + 8 = 0$

الحد الاوسط $= 2(y \times 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}\, y$

$(y + 2\sqrt{2})^2 = 0$]بجذر التربيعي

$y + 2\sqrt{2} = 0 \Rightarrow y = -2\sqrt{2}$

16) $7 - 2\sqrt{7}\, z + z^2$

الحد الاوسط $= 2(\sqrt{7} \times z) = 2\sqrt{7}\, z$

$(\sqrt{7} - z)^2 = 0$]بجذر التربيعي

$\sqrt{7} - z = 0 \Rightarrow z = \sqrt{7}$

17) $3y^2 + 36 - 12\sqrt{3}\, y = 0$

$3y^2 - 12\sqrt{3}\, y + 36 = 0$

الحد الاوسط $= 2(\sqrt{3}\, y \times 6) = 12\sqrt{3}\, y$

$(\sqrt{3}\, y - 6)^2 = 0$]بجذر التربيعي

$\sqrt{3}\, y - 6 = 0 \Rightarrow \sqrt{3}\, y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{\sqrt{3}}$

18) $9z^2 - 10z + \frac{25}{9} = 0$

الحد الاوسط $= 2(3z \times \frac{5}{3}) = 10z$

$(3z - \frac{5}{3})^2 = 0$]بجذر التربيعي

$3z - \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow 3z = \frac{5}{3} \Rightarrow z = \frac{5}{9}$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع:

19) $y^2 + 2\sqrt{3}\, y = 3$

$(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$ نضيف للطرفين

$y^2 + 2\sqrt{3}\, y + 3 = 3 + 3$

$y^2 + 2\sqrt{3}\, y + 3 = 6$

$(y + \sqrt{3})^2 = 6$]بجذر التربيعي

$y + \sqrt{3} = \pm\sqrt{6}$

$y + \sqrt{3} = \sqrt{6} \Rightarrow y = \sqrt{6} - \sqrt{3}$

$y + \sqrt{3} = -\sqrt{6} \Rightarrow y = -\sqrt{6} - \sqrt{3}$

$S = \{\sqrt{6} - \sqrt{3}\ , -\sqrt{6} - \sqrt{3}\}$

20) $4z^2 - 12z - 27 = 0 \;]_{\div 4}$

$z^2 - 3z - \frac{27}{4} = 0$

$z^2 - 3z = \frac{27}{4}$

$(\frac{1}{2} \times 3)^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ نضيف للطرفين

$z^2 - 3z + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4}$

$z^2 - 3z + \frac{9}{4} = \frac{36}{4}$

$(z - \frac{3}{2})^2 = \frac{36}{4}$]بجذر التربيعي

$z - \frac{3}{2} = \pm \frac{6}{2}$

$z - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow z = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$z - \frac{3}{2} = -\frac{6}{2} \Rightarrow z = -\frac{6}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$

$S = \{-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\}$

---

21) $x^2 - 2x = 0$

$(\frac{1}{2} \times 2)^2 = (1)^2 = 1$ نضيف للطرفين

$x^2 - 2x + 1 = 0 + 1$

$x^2 - 2x + 1 = 1$

$(x - 1)^2 = 1$]بجذر التربيعي

$x - 1 = \pm 1$

$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 + 1 = 2$

$x - 1 = -1 \Rightarrow x = -1 + 1 = 0$

$S = \{0, 2\}$

22) $y^2 - 8y = 24$

$(\frac{1}{2} \times 8)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف للطرفين

$y^2 - 8y + 16 = 24 + 16$

$y^2 - 8y + 16 = 40$

$(y - 4)^2 = 40$]بجذر التربيعي

$y - 4 = \pm 2\sqrt{10}$

$y - 4 = 2\sqrt{10} \Rightarrow y = 2\sqrt{10} + 4$

$y - 4 = -2\sqrt{10} \Rightarrow y = 4 - 2\sqrt{10}$

$S = \{4 - 2\sqrt{10}, 2\sqrt{10} + 4\}$

---

23) $x^2 - \frac{2}{3}x = 4$

$(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3})^2 = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ نضيف للطرفين

$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 4 + \frac{1}{9}$

$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{37}{9}$

$(x - \frac{1}{3})^2 = \frac{37}{9}$]بجذر التربيعي

$x - \frac{1}{3} = \pm \frac{\sqrt{37}}{3}$

$x - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{37}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{37} + 1}{3}$

$x - \frac{1}{3} = -\frac{\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{37}}{3} = \frac{1 - \sqrt{37}}{3}$

$S = \{\frac{1 - \sqrt{37}}{3}, \frac{\sqrt{37} + 1}{3}\}$

24) $8y^2 + 16y - 64 = 0 \;]_{\div 8}$

$y^2 + 2y - 8 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = 8$

$(\frac{1}{2} \times 2)^2 = (1)^2 = 1$ نضيف للطرفين

$y^2 + 2y + 1 = 8 + 1$

$y^2 + 2y + 1 = 9$

$(y + 1)^2 = 9$]بجذر التربيعي

$y + 1 = \pm 3$

$y + 1 = 3 \Rightarrow y = 3 - 1 = 2$

$y + 1 = -3 \Rightarrow y = -3 - 1 = -4$

$S = \{-4, 2\}$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

25) $x^2 - 6x = 15$

$(\frac{1}{2} \times 6)^2 = (3)^2 = 9$ نضيف للطرفين

$x^2 - 6x + 9 = 15 + 9$

$x^2 - 6x + 9 = 24$

$(x - 3)^2 = 24$]بجذر التربيعي

$x - 3 = \pm\sqrt{24} \Rightarrow x - 3 \approx \pm 5$

$x - 3 \approx 5 \Rightarrow x \approx 5 + 3 \approx 8$

$x - 3 \approx -5 \Rightarrow x \approx -5 + 3 \approx -2$

$S = \{-2, 8\}$

26) $y(2y + 28) = 28$

$2y^2 + 28y = 28 \;]_{\div 2}$

$y^2 + 14y = 14$

$(\frac{1}{2} \times 14)^2 = (7)^2 = 49$ نضيف للطرفين

$y^2 + 14y + 49 = 14 + 49$

$y^2 + 14y + 49 = 63$

$(y + 7)^2 = 63$]بجذر التربيعي

$y + 7 = \pm\sqrt{63} \Rightarrow y + 7 \approx \pm 8$

$y + 7 \approx 8 \Rightarrow y \approx 8 - 7 \approx 1$

$y + 7 \approx -8 \Rightarrow y \approx -8 - 7 \approx -15$

$S = \{-15, 1\}$

27) $z^2 - 10z + 10 = 0$

$z^2 - 10z = -10$

$(\frac{1}{2} \times 10)^2 = (5)^2 = 25$ نضيف للطرفين

$z^2 - 10z + 25 = -10 + 25$

$z^2 - 10z + 25 = 15$

$(z - 5)^2 = 15$]بجذر التربيعي

$z - 5 = \pm\sqrt{15} \Rightarrow z - 5 \approx \pm 4$

$z - 5 \approx 4 \Rightarrow z \approx 4 + 5 \approx 9$

$z - 5 \approx -4 \Rightarrow z \approx -4 + 5 \approx 1$

$S = \{1, 9\}$

تدرب وحل مسائل حياتية

28) مدينة بابل: مدينة بابل باللاتينية Babylon هي مدينة عراقية كانت تقع على نهر الفرات وكانت عاصمة البابليين أيام حكم حمورابي سنة (1792 – 1750) قبل الميلاد جد قيمة x من المعادلة

$x^2 - 28x + 196 = 0$ والتي تمثل طول ضلع احدى القاعات المربعة الشكل.

الحل

$x^2 - 28x + 196 = 0$

الحد الاوسط $= 2(x \times 14) = 28x$

$(x - 14)^2 = 0$ $(y - 10)^2 = 0$] بجذر التربيعي

$x - 14 = 0 \Rightarrow x = 14$ طول ضلع القاعة

29) دب الباندا: المساحة المخصصة لدب الباندا في حديقة الحيوانات مستطيلة الشكل 126 متراً مربعاً وعرضها يقل بمقدار 8 متر عن طولها جد ابعاد المنطقة المخصصة للدب بالتقريب لأقرب عدد صحيح

الحل نفرض طول الحديقة = x

عرض الحديقة = x – 8

مساحة الحديقة = الطول × العرض

$x(x - 8) = 126 \Rightarrow x^2 - 8x = 126$

$(\frac{1}{2} \times 8)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف للطرفين

$x^2 - 8x + 16 = 126 + 16$

$x^2 - 8x + 16 = 142$

$(x - 4)^2 = 142$] بجذر التربيعي

$x - 4 = \pm\sqrt{142} \Rightarrow x - 4 \approx \pm 12$

$x - 4 \approx 12 \Rightarrow x \approx 12 + 4 \approx 16m$ الطول

$x - 4 \approx -12 \Rightarrow x \approx -12 + 4 \approx -9$ يهمل

العرض $= x - 8 = 16 - 8 = 8m$

30) حيتان: تجنح بعض المجموعات من الحيتان الى الشاطئ ولا يوجد تفسير علمي لهذه الظاهرة ويحاول حماة البيئة ارجاعها الى البحر حل المعادلة

$x^2 + 20x = 525$ بطريقة اكمال المربع لإيجاد قيمة x التي تمثل عدد الحيتان التي جنحت الى أحد شواطئ استراليا.

الحل

$x^2 + 20x = 525$

$(\frac{1}{2} \times 20)^2 = (10)^2 = 100$ نضيف للطرفين

$x^2 + 20x + 100 = 525 + 100$

$x^2 + 20x + 100 = 625$

$(x + 10)^2 = 625$] بجذر التربيعي

$x + 10 = \pm 25$

$x + 10 = 25$

$x = 25 - 10 = 15$ عدد الحيتان التي تجنح

$x + 10 = -25$

$x = -25 - 10 \Rightarrow x = -35$ يهمل

فكر

31) تحد: حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

1) $4x(x-6) = 27$

$4x^2 - 24x = 27\ ]_{\div 4}$

$x^2 - 6x = \frac{27}{4}$

$(\frac{1}{2} \times 6)^2 = (3)^2 = 9$ نضيف للطرفين

$x^2 - 6x + 9 = \frac{27}{4} + 9$

$x^2 - 6x + 9 = \frac{63}{4}$

$(x-3)^2 = \frac{63}{4}\ ]$ بجذر التربيعي

$x - 3 = \pm\frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow x - 3 \approx \pm\frac{8}{2}$

$x - 3 \approx \pm 4$

$x - 3 \approx 4 \Rightarrow x \approx 4 + 3 \approx 7$

$x - 3 \approx -4 \Rightarrow x \approx -4 + 3 \approx -1$

$S = \{-1, 7\}$

2) $6y^2 - 48y = 6\ ]_{\div 6}$

$y^2 - 8y = 1$

$(\frac{1}{2} \times 8)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف للطرفين

$y^2 - 8y + 16 = 1 + 16$

$y^2 - 8y + 16 = 17$

$(y-4)^2 = 17\ ]$ بجذر التربيعي

$y - 4 = \pm\sqrt{17} \Rightarrow y - 4 \approx \pm 4$

$y - 4 \approx 4 \Rightarrow y \approx 4 + 4 \approx 8$

$y - 4 \approx -4 \Rightarrow y \approx -4 + 4 \approx 0$

$S = \{0, 8\}$

32) أصحح الخطأ: حلت سوسن المعادلة $4x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 3 = 0$ بطريقة اكمال المربع وكتبت مجموعة الحل بالشكل الاتي: $S = \{\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\}$ اكتشف خطأ سوسن وصححه.

الحل

$4x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 3 = 0$

$4x^2 - 4\sqrt{3}\,x = -3\ ]_{\div 4}$

$x^2 - \sqrt{3}\,x = \frac{-3}{4}$

$(\frac{1}{2} \times \sqrt{3})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{3}{4}$ نضيف للطرفين

$x^2 - \sqrt{3}\,x + \frac{3}{4} = \frac{-3}{4} + \frac{3}{4}$

$x^2 - \sqrt{3}\,x + \frac{3}{4} = 0$

$(x - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 0\ ]$ بجذر التربيعي

$x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{3}}{2}\}$

33) حس عددي: هل ان مجموعة حل للمعادلة $y^2 - 4y + 4 = 0$ تحتوي على قيمتين متساويتين بالمقدار أحدهما سالبة والأخرى موجبة؟ وضح اجابتك.

الحل

$y^2 - 4y + 4 = 0$

الحد الاوسط $= 2(y \times 2) = 4y$

$(y - 2)^2 = 0$] بجذر التربيعي

$y - 2 = 0$

$y = 2$

تحتوي ع قيمتين متساويتين ومتشابهتين بالإشارة

أكتب

اكتب مجموعة الحل للمعادلة:

$\frac{1}{81} - \frac{2}{9}z + z^2 = 0$

الحل

$\frac{1}{81} - \frac{2}{9}z + z^2 = 0$

الحد الاوسط $= 2(\frac{1}{9} \times z) = \frac{2}{9}z$

$(\frac{1}{9} - z)^2 = 0$] بجذر التربيعي

$\frac{1}{9} - z = 0$

$z = \frac{1}{9}$

حل المعادلات بالقانون العام (الدستور)

مثال1 اريد رصف ممر على جانبي حديقة منزل بالسيراميك طول الحديقة 7m وعرضها 5m ومساحة الرصف $45m^2$ جد عرض الممر المطلوب رصفه بالسيراميك.

الحل نفرض عرض الممر = x

مساحة الجزء الأيمن من الممر = 7x

مساحة الجزء الممر الامامي = 5x

مساحة زاوية الممر = x^2

مجموع مساحتي الرصف = $45m^2$

$x^2 + 7x + 5x = 45 \Rightarrow x^2 + 12x - 45 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = 12 \quad , \quad c = -45$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(1)(-45)}}{2(1)}$

$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 180}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{324}}{2}$

$x = \frac{-12 \pm 18}{2}$

$x = \frac{-12 + 18}{2} = \frac{6}{2} = \boxed{3\ m}$

$x = \frac{-12 - 18}{2} = \frac{-30}{2} = -15$ يهمل

مثال2 جد مجموعة الحل للمعادلات التالية

باستعمال القانون العام:

$x^2 - 3x - 5 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = -5$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+20}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{29}}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$$

$$S = \{ \frac{3 + \sqrt{29}}{2} \ , \ \frac{3 - \sqrt{29}}{2} \}$$

المقدار المميز

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مثال3 حدد جذري المعادلة اولاً ثم جد مجموعة الحل اذا كان ممكناً:

1) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

$a = 2 \quad , \quad b = 3 \quad , \quad c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-2)$

$\Delta = 9 + 16 = 25$ جذران حقيقيان نسبيان

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm 25}{2(2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$x = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{أو}$$

$$x = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$S = \{ -2 , \frac{1}{2} \}$$

2) $y^2 - 4y - 9 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -4 \quad , \quad c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-9)$

$\Delta = 16 + 36 = 52$ جذران حقيقيان غير نسبيان

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-4) \pm \sqrt{52}}{2(1)} = \frac{4 \pm 4\sqrt{13}}{2}$$

$$y = \frac{4 + 4\sqrt{13}}{2} = \frac{4}{2} + \frac{2\sqrt{13}}{2} = 2 + \sqrt{13}$$

$$y = \frac{4 - 4\sqrt{13}}{2} = \frac{4}{2} - \frac{2\sqrt{13}}{2} = 2 - \sqrt{13}$$

$$S = \{ 2 - \sqrt{13} \ , \ 2 + \sqrt{13} \}$$

3) $z^2 + 8z = -16$

$z^2 + 8z + 16 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = 8 \quad , \quad c = 16$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(16)$

$\Delta = 64 - 64 = 0$ جذران حقيقيان متساويان

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{-8}{2} = -4$$

4) $x^2 - 2x + 10 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(10)$

$\Delta = 4 - 40 = -36$ ليس لها حل في R

مثال4 ما قيمة الثابت K التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 1)x + 4 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة

$x^2 - (k + 1)x + 4 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k + 1) \quad , \quad c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-(k + 1)]^2 - 4(1)(4)$

$0 = (k + 1)^2 - 16$

$(k + 1)^2 = 16$] بجذر التربيعي

$k + 1 = \pm 4$

$k + 1 = 4 \Rightarrow k = 4 - 1 \Rightarrow k = 3$ أو

$k + 1 = -4 \Rightarrow k = -4 - 1 \Rightarrow k = -5$

للتحقق نعوض قيم $k = 3 , -5$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$x^2 - (k + 1)x + 4 = 0$

$x^2 - (3 + 1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$x^2 - (-5 + 1)x + 4 = 0$

$x^2 - (-4)x + 4 = 0$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$(x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -2}$



تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

1) $x^2 - 4x - 5 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -4 \quad , \quad c = -5$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$S = \{-1 , 5\}$

2) $y^2 + 5y - 1 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = 5 \quad , \quad c = -1$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{25+4}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$y = \frac{-5+\sqrt{29}}{2} \quad , \quad y = \frac{-5-\sqrt{29}}{2}$$

$$S = \left\{\frac{-5-\sqrt{29}}{2} , \frac{-5+\sqrt{29}}{2}\right\}$$

3) $3x^2 - 9x = -2$

$3x^2 - 9x + 2 = 0$

$a = 3 \quad , \quad b = -9 \quad , \quad c = 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81-24}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{6}$$

$$x = \frac{9+\sqrt{57}}{6} \quad , \quad x = \frac{9-\sqrt{57}}{6}$$

$$S = \left\{\frac{9-\sqrt{57}}{6} , \frac{9+\sqrt{57}}{6}\right\}$$

4) $4y^2 + 8y = 6$

$4y^2 + 8y - 6 = 0$

$a = 4 \quad , \quad b = 8 \quad , \quad c = -6$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4(4)(-6)}}{2(4)}$$

$$y = \frac{-8 \pm \sqrt{64+96}}{8} = \frac{-8 \pm \sqrt{160}}{8} = \frac{-8 \pm 4\sqrt{10}}{8}$$

$$y = \frac{-8}{8} \pm \frac{4\sqrt{10}}{8} = -1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$y = -1 - \frac{\sqrt{10}}{2} \quad , \quad y = -1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$S = \left\{-1 - \frac{\sqrt{10}}{2} , -1 + \frac{\sqrt{10}}{2}\right\}$$

5) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

a = 4 , b = - 12 , c = 9

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(4)(9)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$S = \{\frac{3}{2}\}$

6) $2y^2 - 3 = -5y$

$2y^2 + 5y - 3 = 0$

a = 2 , b = 5 , c = - 3

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$y = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

$S = \{-3 , \frac{1}{2}\}$

حدد جذور المعادلة اولاً ثم جد مجموعة الحل اذا كان ممكناً:

7) $2x^2 + 3x = 5$

$2x^2 + 3x - 5 = 0$

a = 2 , b = 3 , c = - 5

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-5)$

$\Delta = 9 + 40 = 49$ جذران حقيقيان نسبيان

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

$$x = \frac{-3 + 7}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x = \frac{-3 - 7}{4} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2}$$

$S = \{\frac{-5}{2} , 1\}$

8) $3x^2 - 7x + 6 = 0$

a = 3 , b = - 7 , c = 6

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-7)^2 - 4(3)(6)$

$\Delta = 49 - 72 = -23$ ليس لها حل في R

9) $y^2 - 2y + 1 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(1)$

$\Delta = 4 - 4 = 0$ جذران حقيقيان متساويان

$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$y = \frac{-(-2) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$

10) $y^2 + 12 = -9y$

$y^2 + 9y + 12 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = 9 \quad , \quad c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (9)^2 - 4(1)(12)$

$\Delta = 81 - 48 = 33$ جذران حقيقيان غير نسبيان

$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$y = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2(1)} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2}$

$y = \frac{-9 + \sqrt{33}}{2}$

$y = \frac{-9 - \sqrt{33}}{2}$

$S = \{ \frac{-9 - \sqrt{33}}{2} \;,\; \frac{-9 + \sqrt{33}}{2} \}$

11) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

الحل

$x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k + 2) \quad , \quad c = 36$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-(k + 2)]^2 - 4(1)(36)$

$0 = (k + 2)^2 - 144$

$(k + 2)^2 = 144 \;]$ بجذر التربيعي

$k + 2 = \pm 12$

$k + 2 = 12 \Rightarrow k = 12 - 2 \Rightarrow k = 10$ أو

$k + 2 = -12 \Rightarrow k = -12 - 2 \Rightarrow k = -14$

للتحقق نعوض قيم $k = 10 , -14$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$

$x^2 - (10 + 2)x + 36 = 0$

$x^2 - 12x + 36 = 0$

$(x - 6)^2 = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 6}$

$x^2 - (-14 + 2)x + 36 = 0$

$x^2 - (-12)x + 36 = 0$

$x^2 + 12x + 36 = 0$

$(x + 36)^2 = 0 \Rightarrow x + 6 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -6}$

12) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2 + 25 = (k - 5)y$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

الحل

$4y^2 + 25 = (k - 5)y$

$4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0$

$a = 4 \quad , \quad b = -(k - 5) \quad , \quad c = 25$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-(k - 5)]^2 - 4(4)(25)$

$0 = (k - 5)^2 - 400$

$(k - 5)^2 = 400$] بجذر التربيعي

$k - 5 = \pm 20$

$k - 5 = 20 \Rightarrow k = 20 + 5 \Rightarrow k = 25$ أو

$k - 5 = -20 \Rightarrow k = -20 + 5 \Rightarrow k = -15$

للتحقق نعوض قيم $k = 25 , -15$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0$

$4y^2 - (25 - 5)y + 25 = 0$

$4y^2 - 20y + 25 = 0 \Rightarrow (2y - 5)^2 = 0$

$2y - 5 = 0 \Rightarrow 2y = 5 \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{2}}$

$4y^2 - (-15 - 5)y + 25 = 0$

$4y^2 - (-20)y + 25 = 0$

$4y^2 + 20y + 25 = 0 \Rightarrow (2y + 5)^2 = 0$

$2y + 5 = 0 \Rightarrow 2y = -5 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-5}{2}}$

13) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $z^2 + 16 = (k + 4)z$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

الحل

$z^2 + 16 = (k + 4)z$

$z^2 - (k + 4)z + 16 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k + 4) \quad , \quad c = 16$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-(k + 4)]^2 - 4(1)(16)$

$0 = (k + 4)^2 - 64$

$(k + 4)^2 = 64$] بجذر التربيعي

$k + 4 = \pm 8$

$k + 4 = 8 \Rightarrow k = 8 - 4 \Rightarrow k = 4$ أو

$k + 4 = -8 \Rightarrow k = -8 - 4 \Rightarrow k = -12$

للتحقق نعوض قيم $k = 4 , -12$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$z^2 - (k + 4)z + 16 = 0$

$z^2 - (4 + 4)z + 16 = 0$

$z^2 - 8z + 16 = 0 \Rightarrow (z - 4)^2 = 0$

$z - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{z = 4}$

$z^2 - (-12 + 4)z + 16 = 0$

$z^2 - (-8)z + 16 = 0$

$z^2 + 8z + 16 = 0 \Rightarrow (z + 4)^2 = 0$

$z + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{z = -4}$

14) بين ان المعادلة $z^2 - 6z + 28 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية.

$z^2 - 6z + 28 = 0$

a = 1 , b = - 6 , c = 28

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(28)$

$\Delta = 36 - 112 = -76$ ليس لها حل في R

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

15) $x^2 - 7x - 14 = 0$

a = 1 , b = - 7 , c = - 14

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(-14)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 56}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{105}}{2}$$

$$x = \frac{7 + \sqrt{105}}{2} \quad , \quad x = \frac{7 - \sqrt{105}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{7 + \sqrt{105}}{2} \ , \ \frac{7 - \sqrt{105}}{2} \right\}$$

16) $y^2 + 3y - 9 = 0$

a = 1 , b = 3 , c = - 9

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$y = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 36}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$y = \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2} \quad , \quad y = \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{2} \ , \ \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2} \right\}$$

17) $2x^2 - 8(3x + 2) = 0$

$2x^2 - 24x - 16 = 0$

a = 2 , b = - 24 , c = - 16

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4(2)(-16)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{576 + 128}}{4} = \frac{24 \pm \sqrt{704}}{4} = \frac{24 \pm 8\sqrt{11}}{4}$$

$$x = \frac{24}{4} \pm \frac{8\sqrt{11}}{4} = 6 \pm 2\sqrt{11}$$

$$x = 6 + 2\sqrt{11} \quad , \quad x = 6 - 2\sqrt{11}$$

$$S = \{ 6 - 2\sqrt{11} \ , \ 6 + 2\sqrt{11} \}$$

18) $2y^2 - 2 = -10y$

$2y^2 + 10y - 2 = 0$

a = 2 , b = 10 , c = - 2

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$

$$y = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 16}}{4} = \frac{-10 \pm \sqrt{116}}{4}$$

$$y = \frac{24 \pm 2\sqrt{29}}{4}$$

$$y = \frac{24 + 2\sqrt{29}}{4} \quad , \quad y = \frac{24 - 2\sqrt{29}}{4}$$

$$S = \{\frac{24 - 2\sqrt{29}}{4} \ , \ \frac{24 + 2\sqrt{29}}{4}\}$$

حدد جذور المعادلة أولاً ثم جد مجموعة الحل اذا كان ممكناً:

19) $x^2 + 4x = 5$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

a = 1 , b = 4 , c = - 5

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (4)^2 - 4(1)(-5)$

$\Delta = 16 + 20 = 36$ جذران حقيقيان نسبيان

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

S = { - 5 , 1 }

20) $y^2 - 2y - 10 = 0$

a = 1 , b = - 2 , c = - 10

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-10)$

$\Delta = 4 + 40 = 44$ جذران حقيقيان غير نسبيان

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{44}}{2(1)} = \frac{2 \pm 2\sqrt{11}}{2} = \frac{2}{2} \pm \frac{2\sqrt{11}}{2}$$

$x = 1 \pm \sqrt{11}$

$x = 1 + \sqrt{11}$, $x = 1 - \sqrt{11}$

$S = \{1 - \sqrt{11} \ , \ 1 + \sqrt{11}\}$

21) $2x^2 - 5x + 7 = 0$

a = 2 , b = - 5 , c = 7

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(7)$

$\Delta = 25 - 56 = -31$ ليس لها حل في R

22) $y^2 - 14y + 49 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -14 \quad , \quad c = 49$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-14)^2 - 4(1)(49)$

$\Delta = 196 - 196 = 0$ الجذران متساويان

$y = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$y = \dfrac{-(-14) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \dfrac{14}{2} = 7 \Rightarrow S = \{7\}$

23) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+6)x + 49 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

الحل

$x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k + 6) \quad , \quad c = 49$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-(k + 6)]^2 - 4(1)(49)$

$0 = (k + 6)^2 - 196$

$(k + 6)^2 = 196\ ]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$k + 6 = \pm 14$

$k + 6 = 14 \Rightarrow k = 14 - 6 \Rightarrow k = 8$ أو

$k + 6 = -14 \Rightarrow k = -14 - 6 \Rightarrow k = -20$

للتحقق نعوض قيم $k = 8 , -20$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$

$x^2 - (8 + 6)x + 49 = 0$

$x^2 - 14x + 49 = 0$

$(x - 7)^2 = 0 \Rightarrow x - 7 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 7}$

$x^2 - (-20 + 6)x + 49 = 0$

$x^2 - (-14x) + 49 = 0$

$x^2 + 14x + 49 = 0$

$(x + 7)^2 = 0 \Rightarrow x + 7 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -7}$

24) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2 + 36 = (k - 6)y$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

الحل

$4y^2 + 36 = (k - 6)y$

$4y^2 - (k - 6)y + 36 = 0$

$a = 4 \quad , \quad b = -(k - 6) \quad , \quad c = 36$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-(k - 6)]^2 - 4(4)(36)$

$0 = (k - 6)^2 - 576$

$(k - 6)^2 = 576\ ]_{\text{بجذر التربيعي}}$

$k - 6 = \pm 24$

$k - 6 = 24 \Rightarrow k = 24 + 6 \Rightarrow k = 30$ أو

$k - 6 = -24 \Rightarrow k = -24 + 6 \Rightarrow k = -18$

للتحقق نعوض قيم $k = 30 , -18$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$4y^2 - (k - 6)y + 36 = 0$

$4y^2 - (30 - 6)y + 36 = 0$

$4y^2 - 24y + 36 = 0 \Rightarrow (2y - 6) = 0$

$2y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} \Rightarrow \boxed{y = 3}$

$4y^2 - (-18 - 6)y + 36 = 0$

$4y^2 - (-24)y + 36 = 0$

$4y^2 + 24y + 36 = 0 \Rightarrow (2y + 6) = 0$

$2y = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{2} \Rightarrow \boxed{y = -3}$

25) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $z^2 + 81 = (k + 9)z$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

$z^2 + 81 = (k + 9)z$

$z^2 - (k + 9)z + 81 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k + 9) \quad , \quad c = 81$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-(k + 9)]^2 - 4(1)(81)$

$0 = (k + 9)^2 - 324$

$(k + 9)^2 = 324 \;]$ بجذر التربيعي

$k + 9 = \pm 18$

$k + 9 = 18 \Rightarrow k = 18 - 9 \Rightarrow k = 9$ أو

$k + 9 = -18 \Rightarrow k = -18 - 9 \Rightarrow k = -27$

للتحقق نعوض قيم $k = 30 , -18$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$z^2 - (k + 9)z + 81 = 0$

$z^2 - (9 + 9)z + 81 = 0$

$z^2 - 18z + 81 = 0$

$(z - 9)^2 = 0 \Rightarrow z - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{z = 9}$

$z^2 - (-27 + 9)z + 81 = 0$

$z^2 - (-18)z + 81 = 0$

$z^2 + 18z + 81 = 0$

$(z + 9)^2 = 0 \Rightarrow z + 9 = 0 \Rightarrow \boxed{z = -9}$

26) بين ان المعادلة $2z^2 - 3z + 10 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية.

الحل

$2z^2 - 3z + 10 = 0$

$a = 2 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(10)$

$\Delta = 9 - 80 = -71$ ليس لها حل في R

تدرب وحل مسائل حياتية

27) العاب نارية: في احدى المناسبات أطلقت مجموعة من الألعاب النارية عمودياً في الهواء وصلت الى الارتفاع 140m احسب الزمن (t ثانية) الذي وصلت به الى هذا الارتفاع من المعادلة التالية: $5t^2 + 60t = 140$

الحل — الطريقة الاولى

$5t^2 + 60t = 140$

$5t^2 + 60t - 140 = 0 \;]_{\div 5}$

$t^2 + 12t - 28 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = 12 \quad , \quad c = -28$

$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$t = \frac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(1)(28)}}{2(1)}$

$t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 112}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{256}}{2}$

$t = \frac{-12 \pm 16}{2} = \frac{-12}{2} \pm \frac{16}{2} = -6 \pm 8$

$t = -6 + 8 = 2$ ثانية

$t = -6 - 8 = -14$ يهمل

الطريقة الثانية

$5t^2 + 60t - 140 = 0 \;]_{\div 5}$

$t^2 + 12t - 28 = 0$

$(t + 14)(t - 2) = 0$

$t + 14 = 0 \Rightarrow t = -14$ يهمل

$t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2$ ثانية

28) تجارة: يحسب سامر سعر الكلفة للبدلة الرجالية الواحدة ثم يضيف عليها مبلغ للربح ويبيعها للزبائن بمبلغ 120 الف دينار اذا كانت P في المعادلة $p^2 - 30p + 225 = 0$ تمثل مبلغ ربح سامر في البدلة الواحدة بألوف الدنانير فما سعر كلفة البدلة الواحدة؟

الحل

الطريقة الاولى

$p^2 - 30p + 225 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -30 \quad , \quad c = 225$

$p = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(1)(225)}}{2(1)}$

$p = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{2} = \frac{30}{2} = 15$ الف دينار

الطريقة الثانية

$p^2 - 30p + 225 = 0$

$(p - 15)^2 = 0 \Rightarrow p - 15 = 0 \Rightarrow p = 15$



29) تحدٍ: حدد جذور المعادلة اولاً ثم جد مجموعة الحل اذا كان ممكناً:

1) $x^2 + 8x = 10$

$x^2 + 8x - 10 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = 8 \quad , \quad c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(-10)$

$\Delta = 64 + 40 = 104$ الجذران حقيقيان غير نسبيان

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{104}}{2(1)} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{26}}{2} = \frac{-8}{2} \pm \frac{2\sqrt{26}}{2}$

$x = -4 \pm \sqrt{26}$

$x = -4 + \sqrt{26} \quad , \quad x = -4 - \sqrt{26}$

$S = \{-4 - \sqrt{26} \;,\; -4 + \sqrt{26}\}$

2) $3y^2 - 6y - 42 = 0 \,]_{\div 3}$

$y^2 - 2y - 14 = 0$

a = 1 , b = - 2 , c = - 14

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-14)$

$\Delta = 4 + 56 = 60$ الجذران حقيقيان غير نسبيان

$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$y = \frac{-(-2) \pm \sqrt{60}}{2(1)} = \frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{2} = \frac{2}{2} \pm \frac{2\sqrt{15}}{2}$

$y = 1 \pm \sqrt{15}$

$y = 1 + \sqrt{15}$, $y = 1 - \sqrt{15}$

$S = \{1 - \sqrt{15} \,,\, 1 + \sqrt{15}\}$

30) أصحح الخطأ: قال سعد ان المعادلة $2x^2 - 3x - 9 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية. أكتشف خطأ سعد وصححه.

الحل

$2x^2 - 3x - 9 = 0$

a = 2 , b = - 3 , c = - 9

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-9)$

$\Delta = 9 + 72 = 81$ الجذران حقيقيان نسبيان

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{81}}{2(2)} = \frac{3 \pm 9}{4}$

$x = \frac{3+9}{4} = \frac{12}{4} = 3$

$x = \frac{3-9}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$

$S = \{\frac{-3}{2}, 3\}$

31) حس عددي: استعملت مروة المقدار المميز لكتابة جذري المعادلة $z^2 - 8z + 16 = 0$ دون تحليلها. فسر كيف استطاعت مروة كتابة جذري المعادلة.

الحل

$z^2 - 8z + 16 = 0$

a = 1 , b = - 8 , c = 16

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(16)$

$\Delta = 64 - 64 = 0$ لها جذر حقيقي واحد متساوي

أكتب

اكتب نوع جذري المعادلة $x^2 + 100 = 20x$ باستعمال المقدار المميز دون حلها.

الحل

$x^2 + 100 = 20x \Rightarrow x^2 - 20x + 100 = 0$

a = 1 , b = - 20 , c = 100

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-20)^2 - 4(1)(100)$

$\Delta = 400 - 400 = 0$

لها جذر حقيقي واحد متساوي

حل المعادلات الكسرية

مثال1 اذا كان ثمن شراء التحفيه الواحدة هو $2x + 3$ الف دينار وثمن شراء ست تحفيات هو $x^2 + 3x - 1$ الف دينار فاذا كانت نسبة ثمن تحفيه واحدة الى ثمن ثلاث تحفيات $\frac{1}{3}$ فما ثمن شراء تحفيه واحدة؟

الحل

$$\frac{2x+3}{x^2+3x-1} = \frac{1}{3}$$

$$x^2 + 3x - 1 = 6x + 9$$

$$x^2 + 3x - 6x - 1 - 9 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ يهمل

ثمن شراء تحفية واحدة $= 2x + 3$

$= 2(5) + 3 = 10 + 13 = 13$ الف دينار

مثال2 جد مجموعة الحل للمعادلة التالية ثم تحقق من صحة الحل:

$$5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{15x^2 + x - 2}{3x} = \frac{2}{3}$$

$$45x^2 + 3x - 6 = 6x$$

$$45x^2 + 3x - 6x - 6 = 0$$

$$45x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$(5x - 2)(9x + 3) = 0$$

$$5x - 2 = 0 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$9x + 3 = 0 \Rightarrow 9x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$

$$S = \{\frac{-1}{3}, \frac{2}{5}\}$$

للتحقق نعوض قيم $x = \frac{2}{5}, \frac{-1}{3}$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر:

$$x = \frac{-1}{3} \Rightarrow L.S = 5(\frac{-1}{3}) + \frac{(\frac{-1}{3}) - 2}{3(\frac{-1}{3})}$$

$$L.S = \frac{-5}{3} + \frac{\frac{-1-6}{3}}{\frac{-3}{3}} = \frac{-5}{3} + \frac{\frac{-7}{3}}{-1} = \frac{-5}{3} + \frac{7}{3}$$

$$L.S = \frac{2}{3} = R.S$$

$$x = \frac{2}{5} \Rightarrow L.S = 5(\frac{2}{5}) + \frac{(\frac{2}{5}) - 2}{3(\frac{2}{5})} = 2 + \frac{\frac{2-10}{5}}{\frac{6}{5}}$$

$$L.S = 2 + \frac{-8}{5} \times \frac{5}{6} = 2 + \frac{-4}{3} = \frac{6-4}{3} = \frac{2}{3} = R.S$$

مثال3 جد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\frac{x}{x-3} + \frac{4x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$$

$$\frac{x(x+3)+4x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{18}{(x-3)(x+3)}$$

$$x(x+3) + 4x(x-3) = 18$$

$$x^2 + 3x + 4x^2 - 12x = 18$$

$$5x^2 - 9x - 18 = 0$$

$$(x-3)(5x+6) = 0$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$5x + 6 = 0 \Rightarrow 5x = -6 \Rightarrow x = \frac{-6}{5}$$

$$S = \{\frac{-6}{5}\}$$

نستبعد القيم التي تجعل المقام = صفر

لذا نستبعد $x = 3$ يكون الحل فقط $x = \frac{-6}{5}$

اذا طلب في السؤال تحقق من صحة الحل نعوض قيمة $x = \frac{-6}{5}$ في الطرف الايسر للمعادلة الاصلية

مثال4 جد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\frac{2}{x+2} - \frac{x}{2-x} = \frac{x^2+4}{x^2-4}$$

$$\frac{2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)}$$

$$\frac{2(x-2)+x(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)}$$

$$2(x-2) + x(x+2) = x^2 + 4$$

$$2x - 4 + x^2 + 2x = x^2 + 4$$

$$4x - 4 - 4 = 0 \Rightarrow 4x - 8 = 0$$

$$4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

نستبعد قيمة $x = 2$ لان عند التعويض عنها في المعادلة الاصلية نحصل على عملية قسمة على الصفر وهذا غير جائز لذا المعادلة لا يوجد لها حل في R

تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

$$1)\ \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{6}{4x^2}$$

$$\frac{2+x}{2x} = \frac{6}{(2x)(2x)}$$

$$4x + 2x^2 = 6$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0\ ]_{\div 2}$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{-3, 1\}$$

للتحقق نعوض قيم $x = 1, -3$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر والايمن:

$$x = 1 \Rightarrow L.S = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$R.S = \frac{6}{4x^2} = \frac{6}{4(1)^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$L.S = R.S$$

$$x = -3 \Rightarrow L.S = \frac{1}{-3} + \frac{1}{2} = \frac{2-3}{-6} = \frac{1}{6}$$

$$R.S = \frac{6}{4x^2} = \frac{6}{4(-3)^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$L.S = R.S$$

2) $\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y}$

$\frac{5y - 14}{10} = \frac{3}{10y}$

$5y^2 - 14y = 3 \Rightarrow 5y^2 - 14y - 3 = 0$

$(y - 3)(5y + 1) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 , 5y + 1 = 0$

$5y = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{5} \Rightarrow S = \{3 , \frac{-1}{5}\}$

للتحقق نعوض قيم $y = 3 , \frac{-1}{5}$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر والايمن:

$y = \frac{-1}{5} \Rightarrow L.S = \frac{\frac{-1}{5}}{2} - \frac{7}{5} = \frac{-1}{5} \times \frac{1}{2} - \frac{7}{5}$

$L.S = \frac{-1}{10} - \frac{7}{5} = \frac{-1-14}{10} = \frac{-15}{10} = \frac{-3}{2}$

$R.S = \frac{3}{10(\frac{-1}{5})} = \frac{-3}{2}$

$L.S = R.S$

$y = 3 \Rightarrow L.S = \frac{3}{2} - \frac{7}{5} = \frac{15-14}{10} = \frac{1}{10}$

$R.S = \frac{3}{10(3)} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

$L.S = R.S$

3) $\frac{x + 4}{2} = \frac{-3}{2x}$

$x^2 + 4x = -3 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

$(x + 3)(x + 1) = 0$

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow S = \{-3 , -1\}$

للتحقق نعوض قيم $x = -1 , -3$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر والايمن:

$x = -3 \Rightarrow L.S = \frac{-3 + 4}{2} = \frac{1}{2}$

$R.S = \frac{-3}{2(-3)} = \frac{1}{2}$

$L.S = R.S$

$x = -1 \Rightarrow L.S = \frac{-1 + 4}{2} = \frac{3}{2}$

$R.S = \frac{-3}{2(-1)} = \frac{3}{2}$

$L.S = R.S$

4) $\frac{y + 1}{y^2} = \frac{3}{4}$

$3y^2 = 4y + 4 \Rightarrow 3y^2 - 4y - 4 = 0$

$(y - 2)(3y + 2) = 0$

$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$

$3y + 2 = 0 \Rightarrow 3y = -2 \Rightarrow y = \frac{-2}{3}$

$S = \{2 , \frac{-2}{3}\}$

للتحقق نعوض قيم $y = 2 , \frac{-2}{3}$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر:

$y = \frac{-2}{3} \Rightarrow L.S = \frac{(\frac{-2}{3}) + 1}{(\frac{-2}{3})^2}$

$L.S = \frac{\frac{-2+3}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{4} = R.S$

$y = 2 \Rightarrow L.S = \frac{2 + 1}{(2)^2} = \frac{3}{4} = R.S$

5) $\frac{9x - 14}{x-5} = \frac{x^2}{x-5}$

$x^2 = 9x - 14 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$

$(x - 7)(x - 2) = 0$

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = \{2 , 7\}$

للتحقق نعوض قيم $x = 2 , 7$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر والايمن:

$x = 7 \Rightarrow L.S = \frac{9(7) - 14}{7 - 5} = \frac{63 - 14}{2}$

$L.S = \frac{49}{2}$

$x = 7 \Rightarrow R.S = \frac{(7)^2}{7 - 5} = \frac{49}{2}$

$L.S = R.S$

$x = 2 \Rightarrow L.S = \frac{9(2) - 14}{2 - 5} = \frac{18 - 14}{-3}$

$L.S = \frac{-4}{3}$

$x = 2 \Rightarrow R.S = \frac{(2)^2}{2 - 5} = \frac{-4}{2}$

$L.S = R.S$

---

6) $\frac{1}{y^2 - 6} = \frac{2}{y + 3}$

$2y^2 - 12 = y + 3 \Rightarrow 2y^2 - y - 15 = 0$

$(y - 3)(2y + 5) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 , 2y + 5 = 0$

$2y = - 5 \Rightarrow y = \frac{-5}{2} \Rightarrow S = \{3 , \frac{-5}{2}\}$

للتحقق نعوض قيم $y = 3 , \frac{-5}{2}$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر والايمن:

$y = \frac{-5}{2} \Rightarrow L.S = \frac{1}{(\frac{-5}{2})^2 - 6} = \frac{1}{\frac{25}{4} - 6}$

$L.S = \frac{1}{\frac{25-24}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 1 \times \frac{4}{1} = 4$

$y = \frac{-5}{2} \Rightarrow R.S = \frac{2}{\frac{-5}{2} + 3} = \frac{2}{\frac{-5+6}{2}}$

$R.S = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \times \frac{2}{1} = 4$

$y = 3 \Rightarrow L.S = \frac{1}{(3)^2 - 6} = \frac{1}{9 - 6} = \frac{1}{3}$

$y = 3 \Rightarrow R.S = \frac{2}{3 + 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

7) $\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{17}{y^2 - 4}$

$\frac{(y-4)(y-2) - 2(y+2)}{(y+2)(y-2)} = \frac{17}{(y+2)(y-2)}$

$(y - 4)(y - 2) - 2(y + 2) = 17$

$y^2 - 2y - 4y + 8 - 2y - 4 = 17$

$y^2 - 8y + 4 = 17 \Rightarrow y^2 - 8y - 13 = 0$

$a = 1 \;,\; b = -8 \;,\; c = -13$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(-13)}}{2(1)}$

$y = \frac{8 \pm \sqrt{64+52}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{116}}{2} = \frac{8}{2} \pm \frac{2\sqrt{29}}{2}$

$y = 4 \pm \sqrt{29} \;,\; y = 4 + \sqrt{29}$

$y = 4 - \sqrt{29} , S = \{4 + \sqrt{29} , 4 - \sqrt{29}\}$

8) $\frac{9}{x^2-x-6} - \frac{5}{x-3} = 1$

$\frac{9}{(x-3)(x+2)} - \frac{5}{x-3} = 1$

$\frac{9-5(x+2)}{(x-3)(x+2)} = 1 \Rightarrow \frac{9-5x-10}{x^2-x-6} = 1$

$\frac{-1-5x}{x^2-x-6} = 1 \Rightarrow x^2 - x - 6 = -1 - 5x$

$x^2 - x + 5x - 6 + 1 = 0$

$x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-1) = 0$

$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{-5, 1\}$

9) $\frac{12}{y^2-16} + \frac{6}{y+4} = 2$

$\frac{12}{(y-4)(y+4)} + \frac{6}{y+4} = 2$

$\frac{12+6(y-4)}{(y-4)(y+4)} = 2 \Rightarrow \frac{12+6y-24}{y^2-16} = 2$

$\frac{-12+6y}{y^2-16} = 2 \Rightarrow 2y^2 - 32 = -12 + 6y$

$2y^2 - 6y - 32 + 12 = 0$

$2y^2 - 6y - 20 = 0 \;]_{\div 2}$

$y^2 - 3y - 10 = 0 \Rightarrow (y-5)(y+2) = 0$

$y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$

$y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow S = \{-2, 5\}$

10) $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x}{x-1} = \frac{8+7x+3x^2}{x^2-1}$

$\frac{2x(x-1)+3x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{8+7x+3x^2}{(x+1)(x-1)}$

$2x^2 - 2x + 3x^2 + 3x = 8 + 7x + 3x^2$

$2x^2 + x = 8 + 7x$

$2x^2 + x - 7x - 8 = 0$

$2x^2 - 6x - 8 = 0 \;]_{\div 2} \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x-4)(x+1) = 0$

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow S = \{-1, 4\}$

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

11) $\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$

$\frac{12+6x^2}{18x^2} = \frac{1}{x} \Rightarrow 12 + 6x^2 = 18x$

$6x^2 - 18x + 12 = 0 \;]_{\div 6}$

$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{1, 2\}$

للتحقق نعوض قيم $x = 1 , 2$ بالمعادلة الاصلية في الطرف الايسر والايمن:

$x = 1 \Rightarrow L.S = \frac{4}{6(1)^2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

$L.S = \frac{3}{3} = 1$

13) $\frac{9x+22}{x^2} = 1$

$x^2 = 9x + 22 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0$

$(x - 11)(x + 2) = 0$

$x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow S = \{-2, 11\}$

للتحقق نعوض قيم $x = -2 , 11$ بالمعادلة الاصلية

في الطرف الايسر:

$x = -2 \Rightarrow L.S = \frac{9(-2)+22}{(-2)^2} = \frac{-18+22}{4}$

$= \frac{4}{4} = 1 = R.S$

$x = 11 \Rightarrow L.S = \frac{9(11)+22}{(11)^2} = \frac{99+22}{121}$

$= \frac{121}{121} = 1 = R.S$

14) $\frac{9}{(y+2)^2} = \frac{3y}{y+2}$

$\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{(y+2)\cancel{(y+2)}} = \frac{\cancel{3}y}{\cancel{y+2}}$

$y^2 + 2y = 3 \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0$

$(y + 3)(y - 1) = 0 \Rightarrow y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$

أو $y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow S = \{-3, 1\}$

للتحقق نعوض قيم $y = 1 , -3$ بالمعادلة الاصلية

في الطرف الايسر والايمن:

y = 1	y = - 3
$L.S = \frac{9}{(1+2)^2} = \frac{9}{9} = 1$	$L.S = \frac{9}{(-3+2)^2} = 9$
$R.S = \frac{3(1)}{1+2} = \frac{3}{3} = 1$	$R.S = \frac{3(-3)}{-3+2} = 9$
L.S = R.S	L.S = R.S

$R.S = \frac{1}{1} = 1$, L.S = R.S

$x = 2 \Rightarrow L.S = \frac{4}{6(2)^2} + \frac{1}{3} = \frac{4}{24} + \frac{1}{3}$

$L.S = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$x = 2 \Rightarrow R.S = \frac{1}{2}$, L.S = R.S

12) $\frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = 0$

$\frac{9y^2 - 6 + 3y}{12y} = 0$

$9y^2 + 3y - 6 = 0\ ]_{\div 3}$

$3y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow (y + 1)(3y - 2) = 0$

$y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$ أو $3y - 2 = 0$

$3y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \{\frac{2}{3}, -1\}$

للتحقق نعوض قيم $y = \frac{2}{3} , -1$ بالمعادلة الاصلية

في الطرف الايسر:

$y = \frac{2}{3} \Rightarrow L.S = \frac{\cancel{3}(\frac{2}{\cancel{3}})}{4} - \frac{6}{\cancel{12}(\frac{2}{\cancel{3}})} + \frac{1}{4}$

$= \frac{2}{4} - \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{4(\cancel{2})} + \frac{1}{4} = \frac{2-3+1}{4} = \frac{0}{4} = 0 = R.S$

$y = -1 \Rightarrow L.S = \frac{3(-1)}{4} - \frac{\cancel{6}}{\cancel{12}(-1)} + \frac{1}{4}$

$= \frac{-3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-3+2+1}{4} = \frac{0}{4} = 0 = R.S$

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

15) $\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1$

$\frac{3(x-3)-2(x-4)}{(x-4)(x-3)} = 1$

$(x-4)(x-3) = 3(x-3) - 2(x-4)$

$x^2 - 3x - 4x + 12 = 3x - 9 - 2x + 8$

$x^2 - 7x + 12 = x - 1$

$x^2 - 7x - x + 12 + 1 = 0$

$x^2 - 8x + 13 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -8 \quad , \quad c = 13$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(13)}}{2(1)}$

$x = \frac{8 \pm \sqrt{64-52}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$x = \frac{8}{2} \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} = 4 \pm \sqrt{3}$

$x = 4 - \sqrt{3} \quad , \quad x = 4 + \sqrt{3}$

$S = \{4 - \sqrt{3} \; , \; 4 + \sqrt{3}\}$

---

16) $\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2 - 24}{y^2 - 25}$

$\frac{(y-5)(y-5)-(y+5)(y+5)}{(y+5)(y-5)} = \frac{4y^2-24}{(y+5)(y-5)}$

$4y^2 - 24 = (y-5)^2 - (y+5)^2$

$4y^2 - 24 = y^2 - 10y + 25 - y^2 - 10y - 25$

$4y^2 - 24 = -20y$

$4y^2 + 20y - 24 = 0 \;]_{\div 4}$

$y^2 + 5y - 6 = 0$

$(y+6)(y-1) = 0$

$y + 6 = 0 \Rightarrow y = -6$

$y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow S = \{-6 , 1\}$

---

17) $\frac{6-x}{x^2+x-12} - \frac{2}{x+4} = 1$

$\frac{6-x}{(x+4)(x-3)} - \frac{2}{x+4} = 1$

$\frac{6-x-2(x-3)}{(x+4)(x-3)} = 1 \Rightarrow \frac{6-x-2x+6}{x^2+x-12} = 1$

$\frac{12-3x}{x^2+x-12} = 1$

$x^2 + x - 12 = 12 - 3x$

$x^2 + x + 3x - 12 - 12 = 0$

$x^2 + 4x - 24 = 0$

$a = 1 \; , \; b = 4 \quad , \quad c = -24$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(-24)}}{2(1)}$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+96}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{112}}{2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{7}}{2}$

$x = \frac{-4}{2} \pm \frac{4\sqrt{7}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{7}$

$x = -2 - 2\sqrt{7} \quad , \quad x = -2 + 2\sqrt{7}$

$S = \{-2 - 2\sqrt{7} \; , \; -2 + 2\sqrt{7}\}$

18) $\frac{4+8y}{y^2-9}+\frac{6}{y-3}=3$

$\frac{4+8y}{(y-3)(y+3)}+\frac{6}{y-3}=3$

$\frac{4+8y+6(y+3)}{(y-3)(y+3)}=3$

$\frac{4+8y+6y+18}{y^2-9}=3$

$3y^2-27=4+8y+6y+18$

$3y^2-27=14y+22$

$3y^2-14y-27-22=0$

$3y^2-14y-49=0$

$a=3$, $b=-14$, $c=-49$

$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$y=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4(3)(-49)}}{2(3)}$

$y=\frac{14\pm\sqrt{196+588}}{6}=\frac{14\pm\sqrt{784}}{6}=\frac{14\pm28}{6}$

$y=\frac{14+28}{6}=\frac{42}{6}=7$

$y=\frac{14-28}{6}=\frac{-14}{6}=\frac{-7}{3}$

$S=\{\frac{-7}{3}, 7\}$

تدرب وحل مسائل حياتية

19) رياضة: اذا أراد راكب دراجة قطع مسافة 60 km بين مدينتين A , B بسرعة معينة ولو زادت سرعته بمقدار 10 km/h لتمكن من قطع هذه المسافة بزمن يقل ساعة واحدة عن الزمن الأول جد سرعته اولاً.

الحل

نفرض السرعة الأولى = v

نفرض السرعة الثانية = v + 10

الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

الزمن الأول = $\frac{60}{v}$ ، الزمن الثاني = $\frac{60}{v+10}$

الزمن الأول – الزمن الثاني = 1

$\frac{60}{v}-\frac{60}{v+10}=1$

$\frac{60(v+10)-60v}{v(v+10)}=1$

$\frac{60v+600-60v}{v^2+10v}=1$

$v^2+10v=600 \Rightarrow v^2+10v-600=0$

$(v+30)(v-20)=0$

$v+30=0 \Rightarrow v=-30$ يهمل

$v-20=0 \Rightarrow v=20$ km/h سرعته اولاً

الطريقة الأولى في الحل ويوجد طريقة ثانية للحل كما في نقطة (20 نقل مسافرين

20) نقل مسافرين: تقطع طائرة الخطوط الجوية العراقية المسافة 350 km بين مدينتي بغداد وأربيل بسرعة معينة ولو زادت سرعة الطائرة بمقدار 100 km/h لتمكنت الطائرة من قطع المسافة بزمن يقل 12 دقيقة عن الزمن الأول. جد سرعة الطائرة التقريبية اولاً.

الحل

نفرض السرعة الأولى = v

نفرض السرعة الثانية = v + 100

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$

$$\text{الزمن الأول} = \frac{350}{v} \quad , \quad \text{الزمن الثاني} = \frac{350}{v+100}$$

الزمن 12 دقيقة لذا يجب تحويل الزمن من الدقائق الى الساعة ويتم ذلك من خلا قسمة 12 دقيقة على الساعة الواحدة (60 دقيقة)

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}\ h$$

$$\text{الزمن الأول} - \text{الزمن الثاني} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{350}{v} - \frac{350}{v+100} = \frac{1}{5}\ ]\times 5v(v+100)$$

$$5(v+100)\times 350 - 5v\times 350 = v(v+100)\times 1$$

$$1750(v+100) - 1750v = v^2 + 100v$$

$$1750\,v + 175000 - 1750\,v = v^2 + 100v$$

$$v^2 + 100v = 175000$$

$$v^2 + 100\,v - 175000 = 0$$

$$a = 1 \quad , \quad b = 100 \quad , \quad c = -175000$$

$$v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$v = \frac{-100 \pm \sqrt{(100)^2 - 4(1)(-175000)}}{2(1)}$$

$$v = \frac{-100 \pm \sqrt{10000 + 700000}}{2}$$

$$v = \frac{-100 \pm \sqrt{710000}}{2} = \frac{-100 \pm 100\sqrt{71}}{2}$$

$$v = \frac{-100}{2} \pm \frac{100\sqrt{71}}{2}$$

$$v = -50 \pm 50\sqrt{71} \approx -50 \pm 50(8)$$

$$v \approx -50 \pm 400$$

$v \approx -50 - 400 \approx -450$ يهمل

$$v \approx -50 + 400 \approx 350\ km/m$$

الطريقة الأولى في الحل ويوجد طريقة ثانية للحل كما في نقطة (19) رياضة

---

21) سباق: شارك نوفل في سباق ثلاثي وتضمن السباق السباحة وركوب الدراجة والجري واستغرق ساعتين لإنهاء السباق كما موضح في الجدول المجاور على اعتبار x تعبر عن معدل سرعته في السباحة جد معدل سرعته التقريبية في سباق السباحة.

	المسافة km	السرعة km/h	الزمن
السباحة	$d_s = 1$	x	t_s
ركوب الدراجة	$d_b = 20$	5x	t_b
الجري	$d_r = 4$	x + 4	t_r

ملاحظة: استعمل معادلة الزمن الإجمالي الذي استغرقه نوفل في السباق بدلالة سرعته في السباحة هو: $T(x) = t_s + t_b + t_r$

الحل

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$

$$2 = \frac{1}{x} \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} = 0.5\ km/h$$

فكر

22) تحد: جد مجموعة الحل للمعادلة التالية:

$$\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2-15x+14}{x^2-25}$$

الحل

$$\frac{3}{x+5} - \frac{4}{x-5} = \frac{x^2-15x+14}{x^2-25}$$

$$\frac{3(x-5)-4(x+5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{x^2-15x+14}{(x+5)(x-5)}$$

$x^2 - 15x + 14 = 3x - 15 - 4x - 20$

$x^2 - 15x + 14 = -x - 35$

$x^2 - 15x + x + 14 + 35 = 0$

$x^2 - 14x + 49 = 0$

$(x - 7)^2 = 0 \Rightarrow x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

$S = \{7\}$

23) أصحح الخطأ: استعمل نمير المقدار المميز لبيان جذور المعادلة:

$$\frac{2}{x-7} \times \frac{1}{x-1} = 1$$

فقال نمير ان للمعادلة جذران نسبيان حقيقيان اكتشف خطأ نمير وصححه.

الحل

$$\frac{2}{x-7} \times \frac{1}{x-1} = 1$$

$$\frac{2 \times 1}{(x-7)(x-1)} = 1 \Rightarrow \frac{2}{x^2-x-7x+7} = 1$$

$x^2 - 8x + 7 = 2 \Rightarrow x^2 - 8x + 7 - 2 = 0$

$x^2 - 8x + 5 = 0$

$x^2 - 8x + 5 = 0$, a = 1 , b = - 8 , c = 5

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4(1)(5)$

$\Delta = 64 - 20 = 44$ الجذران حقيقيان غير نسبيان

أكتب

أكتب مجموعة الحل في مجموعة الاعداد الحقيقية:

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2$$

الحل

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2 \Rightarrow \frac{1(x-6)-5(x+6)}{(x+6)(x-6)} = 2$$

$$\frac{x - 6 - 5x - 30}{x^2 - 36} = 2$$

$2x^2 - 72 = x - 6 - 5x - 30$

$2x^2 - 72 = -4x - 36$

$2x^2 + 4x - 72 + 36 = 0$

$2x^2 + 4x - 36 = 0\ ]_{\div 2}$

$x^2 + 2x - 18 = 0$, a = 1 , b = 2 , c = -18

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-18)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+72}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{76}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{19}}{2} = \frac{-2}{2} \pm \frac{2\sqrt{19}}{2}$$

$x = -1 \pm \sqrt{19}$

$x = -1 - \sqrt{19}$ أو $x = -1 + \sqrt{19}$

$S = \{-1 - \sqrt{19} \ , \ -1 + \sqrt{19}\}$

مثال تقطع باخرة شحن مسافة 240 km بين الميناء A والميناء B بسرعة معينة ولو زادت سرعتها 10 km/h لتمكنت من قطع المسافة بزمن يقل ساعتين عن الزمن الأول. جد سرعة الباخرة اولاً.

الحل

نفرض سرعة الباخرة الأولى = v ، نفرض سرعة الباخرة الثانية = v+ 10

الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$ ، الزمن الأول = $\frac{240}{v}$ ، الزمن الثاني = $\frac{240}{v+10}$

الزمن الأول – الزمن الثاني = 2

$\frac{240}{v} - \frac{240}{v+10} = 2\ ]_{\times v(v+10)} \Rightarrow 240(v + 10) - 240v = 2v(v + 10)$

$240v + 2400 - 240v = 2v^2 + 20v \Rightarrow 2v^2 + 20v = 2400$

$2v^2 + 20v - 2400 = 0\ ]_{\div 2}$

$v^2 + 10v - 1200 = 0 \Rightarrow (v + 40)(v - 30) = 0$

$V + 40 = 0 \Rightarrow v = -40$ يهمل أو $v - 30 = 0 \Rightarrow v = 30$ km/h سرعة الباخرة الاولى

إهداء

((أهدي هذه الملزمة البسيطة والمتواضعة إلى صاحب الخلق العظيم أديب الله عز وجل وخاتم الأنبياء محمد (ص) وإلى سيدة النساء التي يرضى الله لرضاها ويغضب لغضبها فاطمة الزهراء (ع) وإلى أئمة الهدى وسفن النجاة حجج الله الأثنى عشر عليهم السلام نسأل الله عز وجل في الدنيا زيارتهم وفي الآخرة شفاعتهم)).

الأستاذ مصطفى نصيف اهدي ثمرة جهدي هذا